Tronc commun science	Série 3 **Les fonctions numériques**	prof: atmani najib

Correction :

Exercice 1:

On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2x$

1. On a $D_f = \mathbb{R}$

   $f(1) = -1$ et $f(-1) = 3$ donc $f(-1) \neq f(1)$ et $f(-1) \neq -f(1)$ d'où f est ni paire ni impaire

2. a) Pour tout a et b distincts de D_f on a

   $$T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{a^2 - 2a - b^2 + 2b}{a - b} = \frac{(a-b)(a+b) - 2(a-b)}{a - b} = a + b - 2$$

   b) Sur l'intervalles $]-\infty;1]$ on a $a \leq 1$ et $b \leq 1$ donc $a + b \leq 2$ c-à-d $a + b - 2 \leq 0$ donc f est décroissante sur $]-\infty;1]$

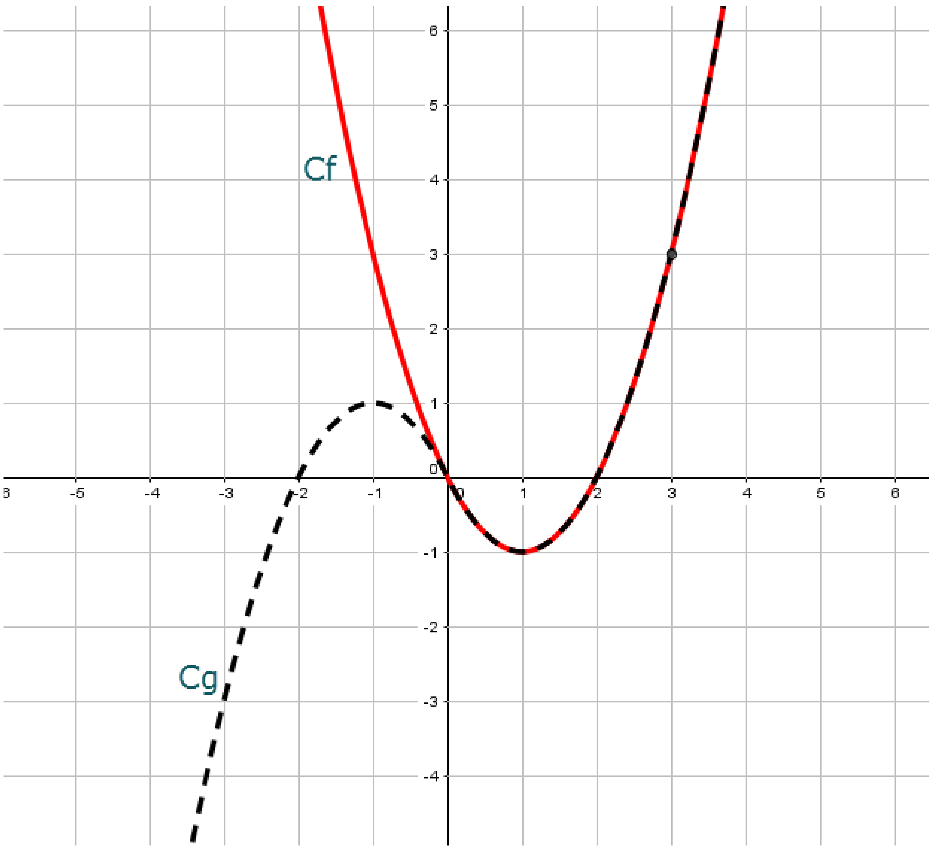
   Sur l'intervalle $[1;+\infty[$ on a $a \geq 1$ et $b \geq 1$ donc $a + b \geq 2$ c-à-d $a + b - 2 \geq 0$ donc f est croissante sur $[1;+\infty[$

   c) Le tableau des variations de f sur D_f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$

   d) -1 est la valeur minimale de f sur $D_f = \mathbb{R}$

3. On a $f(2) = 0$ et $f(3) = 3$ C_f est une parabole de sommet $\Omega(1;-1)$



4. On considère la fonction g définie par $g(x)=x|x|-2x$

   a) On a $D_g=\mathbb{R}$ et $g(-x)=-x|-x|+2x=-x|x|+2x=-(x|x|-2x)=-g(x)$ car $|-x|=|x|$

   donc g est impaire

   b) Pour tout x de $[0;+\infty[$ on a $|-x|=|x|$ donc $g(x)=f(x)$

   c) f et g ont les même variations sur $[0;+\infty[$

   g est impaire et décroissante sur $[0;1]$ donc décroissante sur $[-1;0]$

   g est impaire et croissante sur $[1;+\infty[$ donc croissante sur $]-\infty;-1]$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

   d) La courbe C_g (voir la figure ci-dessus)

Exercice2:

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$

1) a) On a $D_f=\{x\in\mathbb{R}\setminus x+1\neq 0\}=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

   b) f est une fonction homographique donc C_f est une hyperbole de centre de symétrie $\Omega(-1;1)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x=-1$ et $y=1$

   c) On a $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=3>0$ donc

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$	

   d) On a $f(-\dfrac{3}{2})=7$, $f(-2)=4$ et $f(-3)=\dfrac{5}{2}$

   la courbe C_f (voir la figure ci-dessous)

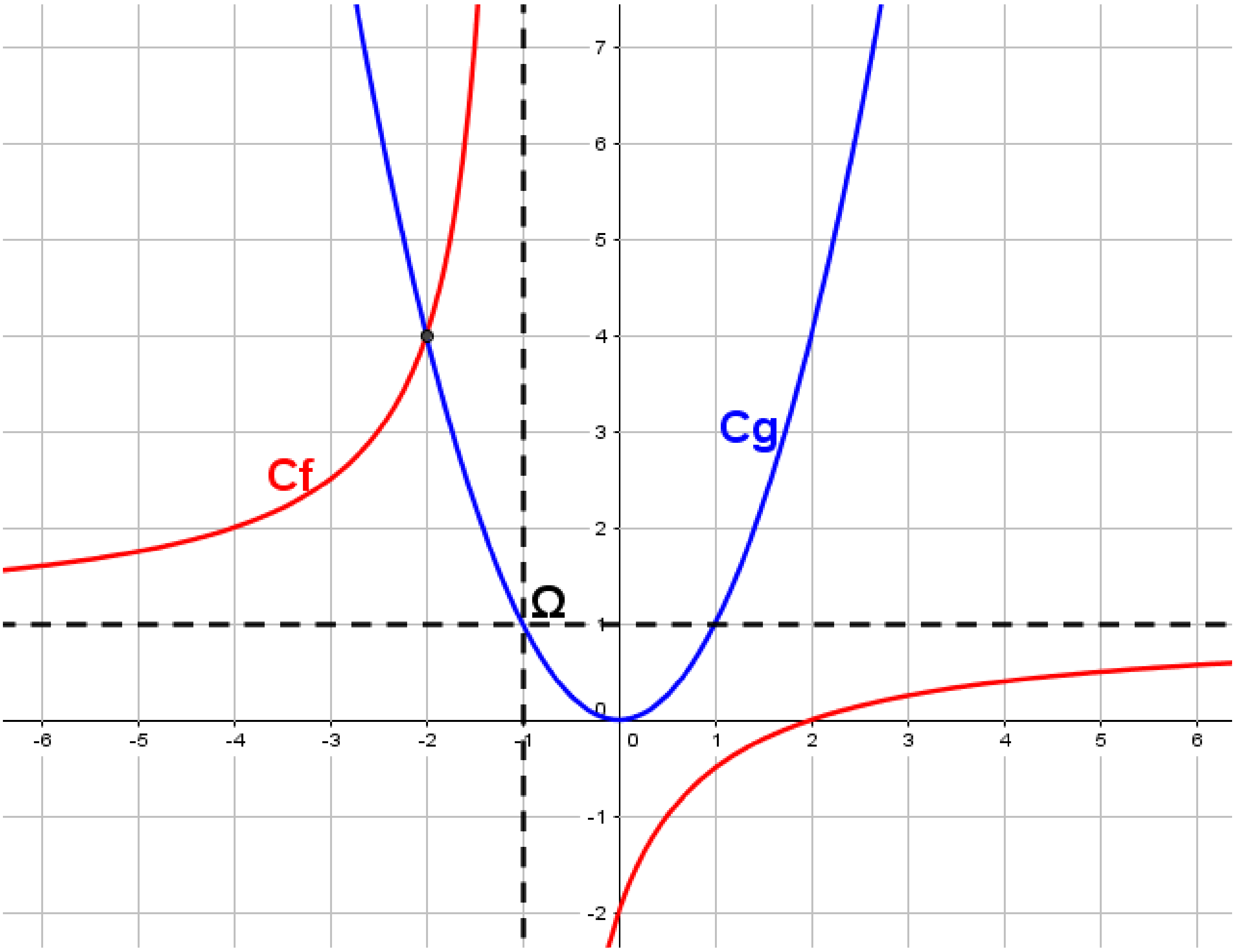
2) On considère la fonction g définie par $g(x)=x^2$

   a) $g(x)$ est de la forme ax^2 avec a positif donc C_g est une parabole ouverte vert le haut de sommet l'origine du repère $O(0;0)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

   b) On a $g(-1)=1$ et $g(-2)=4$

Les deux courbes C_f et C_g dans le même repère :



c) Les solutions dans $\mathbb{R}-\{-1\}$ de l'équation $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g

d'après la figure les deux courbes se coupent en un seul point donc l'ensemble des solutions de cette équation est :

Pour résoudre l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

il suffit de chercher les intervalles où C_f est en dessus de C_g

d'après la figure $S=[-2;-1[$.