

Durée du devoir :  
90 mn

Devoir surveillé

TCSF  
prof: atmani najib

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.  
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

**Exercice 1 :** (5 points)

On pose :  $a = 180$  et  $b = 2 \times 3^2 \times 5^2$

1. Ecrire sous forme d'un produit de nombres premiers l'entier  $a$ .
2. Calculer PGCD( $a$ ;  $b$ ) et PPCM( $a$ ;  $b$ ).
3. Déduire la forme irréductible de  $\frac{a}{b}$
4. Déterminer le plus petit dénominateur commun puis calculer la somme :  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

**Exercice 2 :** (4 points)

On pose :  $a = 3^2 + 5^3$  et  $b = 2^2 \times 3 + 5 \times 3^2 \times 2$

1. Ecrire sous forme d'un produit de nombres premiers l'entier  $b$ .
2. Sans calcul, les deux entiers  $a$  et  $b$  sont ils premiers ?.
3. L'entier 173 est il premier ?.

**Exercice 3 :** (3 points)

1. a) Déterminer les diviseurs de 21.  
b) Déterminer tous les couples  $(x; y)$  d'entiers naturels tel que  $(x + 2)(y + 3) = 21$ .
2. Soit  $a$  et  $b$  deux entiers tel que  $a < b$   
Montrer que si  $p$  divise  $a$  et  $b$  alors  $p$  divise  $b - a$ .

**Exercice 4 :** (8 points)

$ABC$  est un triangle,  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont des points tel que  $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$

1. Construire une figure convenable.
2. Ecrire chacun des deux vecteurs  $\overrightarrow{IJ}$  et  $\overrightarrow{JK}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
3. Montrer que  $3\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ .
4. Déduire que les points  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont alignés.
5. On considère le point  $H$  tel que  $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AJ}$ 
  - a) Placer le point  $H$  sur la figure.
  - b) Déterminer la nature du quadrilatère  $ABHC$ .
  - c) Déduire que les deux droites  $(BH)$  et  $(AK)$  sont parallèles.