

Durée du devoir : 90 mn	Devoir surveillé	TCSF prof: atmani najib
----------------------------	------------------	----------------------------

Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 : (7 points)

On pose : $a = 2^2 \times 3 \times 7 + 2^5 \times 3$ et $b = 120$

1. Sans calcul, déterminer la parité de a .
2. Ecrire sous forme d'un produit de facteurs premiers les deux entiers a et b .
3. Calculer PGCD(a ; b) et PPCM(a ; b).
4. Déduire la forme irréductible de $\frac{b}{a}$
5. Déterminer le plus petit dénominateur commun puis calculer la somme : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Exercice 2 : (5 points)

1. Soit a et b deux entiers naturels,
Montrer que si 2 divise a et 3 divise b alors 6 divise ab .
2. On pose $c = 3^{n+3} + 3^{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$
 - a) Ecrire sous forme d'un produit de facteurs premiers l'entier c
 - b) Montrer que c est divisible par 2 pour tout n de \mathbb{N} .
3.
 - a) Déterminer les diviseurs de 15.
 - b) Déterminer tous les couples $(x; y)$ d'entiers naturels tel que $(x - 1)(2y - 1) = 15$.
4. L'entier 143 est-il premier ?

Exercice 3 : (8 points)

ABC est un triangle, I milieu du segment $[BC]$, J et K deux points tel que , $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

1. Construire une figure convenable.
2.
 - a) Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
 - b) Ecrire \overrightarrow{JK} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
 - c) Déduire que les points I , J et K sont alignés.
3. On considère le point H tel que $\overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{AI}$
 - a) Placer le point H sur la figure.
 - b) Montrer que $\overrightarrow{KH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
 - c) Déduire que les deux droites (KH) et (AJ) sont parallèles.