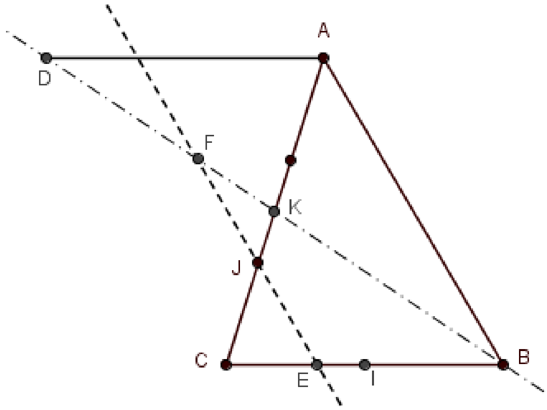
Durée du devoir : 60 mn	Devoir surveillé (Correction)	TCS
Indications : Toutes les réponses doivent être justifiées. L'usage de la calculatrice est autorisé.		

Exercice 1 : (Correction)



1. La figure.
2. Soit p' la projection sur (BC) parallèlement à (AB)

   On a $p'(A)=B$, $p'(J)=E$ et $p'(C)=C$

   et d'après les hypothèses on a $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et puisque

   la projection conserve le coefficient de colinéarité

   donc : $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

   Déduction

   On a $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ c-à-dire : $\overrightarrow{IE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ donc : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.

3. Soit p la projection sur (BD) parallèlement à (AB)

   a) On a $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme d'où $(AB)\parallel(DC)$

   donc $p(C)=D$

   On a $ABCD$ est un parallélogramme d'où K est milieu de $[BD]$

   on a $p(B)=B$, $p(C)=D$ et la projection conserve le milieu et I milieu de $[BC]$ donc $p(I)=K$

   b) On a $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $p(B)=B$, $p(I)=K$, $p(C)=D$, $p(E)=F$ (car $(EF)\parallel(AB)$) et la

   projection conserve le coefficient de colinéarité donc : $\overrightarrow{KF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$.

Exercice 2 : (Correction)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2-9x+7=0$

   On a $\Delta=b^2-4ac=81-4\times2\times7=25$ donc l'équation a deux solutions :

   $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9-5}{2\times2}=\frac{4}{4}=1$ et $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{9+5}{2\times2}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$ donc $S=\left\{1;\frac{7}{2}\right\}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux inéquations : $2x^2-9x+7>0$ et $2x^3-9x^2+7x\leq0$

   le tableau de signe :

x	$-\infty$		1		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$2x2-9x+7$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   donc l'ensemble de solution

   de l'inéquation $2x^2-9x+7>0$

   est $S=\left]-\infty;1\right[\cup\left]\frac{7}{2};+\infty\right[$

   On a $2x^3-9x^2+7x\leq0$ équivaut à $x\left(2x^2-9x+7\right)\leq0$

le tableau de signe est :
donc l'ensemble de solution
de l'inéquation :

$x\left(2x^2-9x+7\right)\leq 0$

est :

$S=\left]-\infty;0\right]\cup\left[1;\frac{7}{2}\right]$

x	$-\infty$		0		1		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$2x2-9x+7$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x(2x2-9x+7)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} 2x-3y=-5 \\ -x+2y=4 \end{cases}$

Le déterminant du système est : $\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}=2\times 2-(-1)(-3)=1$

donc le système a une seule solution :

$\Delta_x=\begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}=(-5)\times 2-4\times(-3)=2$ et $\Delta_y=\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}=2\times 4-(-5)\times(-1)=3$

donc $x=\frac{2}{1}=2$ et $y=\frac{3}{1}=3$ donc $S=\left\{(1;2)\right\}$

Déduire les solutions du système : $\begin{cases} \dfrac{2}{x-1}-3|y+1|=-5 \\ \dfrac{-1}{x-2}+2|y+1|=4 \end{cases}$

On pose $X=\frac{1}{x-1}$ et $Y=|y+1|$ donc le système devient : $\begin{cases} 2X-3Y=-5 \\ -X+2Y=4 \end{cases}$

d'après la question précédente on a : $X=1$ et $Y=2$

donc $\frac{1}{x-1}=1$ et $|y-1|=2$ d'où $x=2$ et ($y-1=2$ ou $y-1=-2$)

c-à-dire $x=2$ et ($y=3$ ou $y=-1$)

$S=\left\{(2;3);(2;-1)\right\}$