

تمرين 1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_0 = 1 \text{ و } u_{n+1} = 3 \times u_n$$

(1) تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها q

(2) عبر عن U_n بدلالة n

(3) أحسب U_2 و U_3

: الجواب

$$(1) \quad u_{n+1} = 3 \times u_n \text{ يعني } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 3$

(2) بما أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 \times (q)^n : \text{ فان } u_0 = 1$$

$$\text{أي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 1 \times (3)^n$$

$$\text{أي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3^n$$

$$(3) \quad u_2 = 3^2 = 9 \text{ و } u_3 = 3^3 = 27$$

تمرين 2 : (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 2$ و

$$u_7 = 23$$

(1) بين أن الأساس $r = 3$

(2) أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_1

(3) أحسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_7$

(4) حدد n بحيث $u_n = 6047$

: الجواب (1)

بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

نعوض n ب 7 فنجد : $u_7 = u_0 + 7r$

$$\text{يعني : } 23 = 2 + 7r : \text{ يعني : } 21 = 7r$$

$$\text{يعني } r = 3$$

(2) بما أن (u_n) متتالية حسابية أفان : $u_n = u_0 + (n-0)r$

$$\text{أي : } u_n = 2 + 3n$$

$$u_1 = 2 + 3 \times 1 = 5$$

$$(3) \quad S = u_1 + \dots + u_7 = (7-1+1) \frac{u_1 + u_7}{2} \quad (3)$$

$$S = 7 \frac{5+23}{2} = 7 \times \frac{28}{2} = 7 \times 14 = 98$$

$$(4) \quad u_n = 6047 \text{ يعني } 2 + 3n = 6047$$

$$\text{يعني } 3n = 6045 \text{ يعني } n = \frac{6045}{3} = 2015$$

تمرين 3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1} \text{ و } g(x) = \frac{x^2}{3x - 6}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

(2) بين أن f مكبورة بالعدد 3 لكل x من \mathbb{R} .

: الجواب

$$(1) \quad D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 1 \neq 0\}$$

وهذه المعادلة ليس لها حل في \mathbb{R}

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 6 \neq 0\}$$

$$x = 2 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0$$

$$D_g = \mathbb{R} / \{2\}$$

(2)

يكفي أن نبين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 3$

$$\text{انن نحسب الفرق : } 3 - f(x) = 3 - \frac{3}{x^2 + 1} = \frac{3x^2 + 3 - 3}{x^2 + 1} = \frac{3x^2}{x^2 + 1} \geq 0$$

$$\text{ومنه : } \forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) \leq 3$$

وبالتالي f مكبورة على \mathbb{R} بالعدد 3

تمرين 4 : (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

على \mathbb{R} بما يلي :

$$f(x) = 2x^2 + 6x + 4 \text{ و } g(x) = x^2 + 2x$$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

: الجواب

$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$$f(x) - g(x) = 2x^2 + 6x + 4 - x^2 - 2x$$

$$f(x) - g(x) = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0$$

ومنه : $f \geq g$ بالتالي منحنى الدالة f

يوجد فوق منحنى الدالة g على \mathbb{R} .