تمرين1 : (6ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة التالية :

$u_{n+1} = 2\times U_n$ و $u_0 = 2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) تحقق أن $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية. وحدد أساسها q

2) عبر عن U_n بدلالة n

3) أحسب U_2 وU_3

الجواب :

1) $u_{n+1} = 2\times U_n$ يعني $\frac{u_{n+1}}{U_n} = 2$

وهذا يعني أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$

2)بما أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وحدها الأول $u_0 = 2$ فان : $u_n = u_0\times(q)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

أي : $u_n = 2\times(2)^n$ $\forall n\in\mathbb{N}$

3) $u_2 = 2\times 2^2 = 8$ و $u_3 = 2\times 2^3 = 16$

تمرين2: (6 ن)

لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_0 = 3$ و $u_7 = 17$

1) بين أن الأساس $r = 2$

2) أكتب u_n بدلالة n و أحسب u_1

3) أحسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_7$

4)حدد n بحيث $u_n = 4035$

الجواب :

1)

بما أن (u_n) متتالية حسابية فأن : $u_n = u_0 + (n-0)r$

نعوض n ب 7 فنجد: $u_7 = u_0 + 7r$

يعني : $17 = 3 + 7r$ يعني : $14 = 7r$

يعني $r = 2$

2)بما أن (u_n) متتالية حسابية فأن : $u_n = u_0 + (n-0)r$

أي: $u_n = 3 + 2n$

$u_1 = 3 + 2\times 1 = 5$

3) $S = u_1 + \cdots + u_7 = (7-1+1)\frac{u_1 + u_7}{2}$

$S = 7\frac{5+17}{2} = 7\times\frac{22}{2} = 7\times 11 = 77$

4) $u_n = 4035$ يعني $3 + 2n = 4035$

يعني $2n = 4032$ يعني $n = \frac{4032}{3} = 2016$

تمرين3 : (5ن)

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالتالي :

$$f(x) = \frac{4}{x^2+1} \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{x^2}{2x-8}$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالتين f و g

2) بين أن f مكبورة بالعدد 4 لكل x من $\mathbb{R}$.

الجواب :

1) $D_f = \{x\in\mathbb{R} / x^2+1\neq 0\}$

$x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2+1 = 0$ وهذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \{x\in\mathbb{R} / 2x-8\neq 0\}$

$x = 4 \Leftrightarrow 2x-8 = 0$

$D_g = \mathbb{R}/\{4\}$

2)

يكفي أن نبين أن : $f(x)\leq 4$ $\forall x\in\mathbb{R}$

اذن نحسب الفرق : $4-f(x) = 4-\frac{4}{x^2+1} = \frac{4x^2+4-4}{x^2+1} = \frac{4x^2}{x^2+1}\geq 0$

ومنه : $f(x)\leq 4$ $\forall x\in\mathbb{R}$

وبالتالي f مكبورة على $\mathbb{R}$ بالعدد 4

تمرين4: (3 ن)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين

على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x) = 3x^2+2x+4 \quad \text{و} \quad g(x) = 2x^2+3$$

حدد الوضع النسبي لمنحنى الدالتين f و g

الجواب :

$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ لأنهم دوال حدودية

$f(x)-g(x) = 3x^2+2x+4-2x^2-3$

$f(x)-g(x) = x^2+2x+1 = (x+1)^2\geq 0$

ومنه : $f\geq g$ بالتالي منحنى الدالة f

يوجد فوق منحنى الدالة g على $\mathbb{R}$.