تمرين1(11,5ن) (1ن +1ن+1ن+ 1ن+ 1ن+ 1ن+ 1,5ن+ 1,5ن+ 1ن+ 1.5ن)

أحسب النهايات التالية :

(1 $\lim_{x\to+\infty}\frac{10x^3-2x^2+1}{5x^5-x^2+x}$ (2 $\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^3-x+1}{x+2}$

(3 $\lim_{x\to2^+}\frac{x-4}{-3x+6}$ و $\lim_{x\to2^-}\frac{x-4}{-3x+6}$

(4 $\lim_{x\to2^+}\frac{x+1}{-2x^2+3x+2}$ و $\lim_{x\to2^-}\frac{x+1}{-2x^2-3x+2}$

(5 $\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}$ (6 $\lim_{x\to2}\frac{x-2}{x^2-x-2}$

(7 $\lim_{x\to0}\frac{\tan5x}{\sin10x}$

الجواب:(1 $\lim_{x\to+\infty}\frac{10x^3-2x^2+1}{5x^5-x^2+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{10x^3}{5x^5}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}=0$

(2

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^3-x+1}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^3}{x}=\lim_{x\to-\infty}-2x^2=-\infty$$

(3 $\lim_{x\to2^+}\frac{5x-2}{-2x+4}$

لدينا $\lim_{x\to2^+}5x-2=8$ و $\lim_{x\to2^+}-2x+4=0$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$-2x+4$	+ 0 −

ومنه : $\lim_{x\to2^+}\frac{5x-20}{-2x+4}=+\infty$ و $\lim_{x\to2^-}\frac{5x-20}{-2x+4}=-\infty$

(4 $\lim_{x\to1^+}\frac{2x+1}{-2x^2+x+1}$ و $\lim_{x\to1^-}\frac{2x+1}{-2x^2+x+1}$

$\lim_{x\to1^+}2x+1=3$ و $\lim_{x\to1^+}-2x^2+x+1=0$

ندرس اشارة $-2x^2+x+1$

نلاحظ أن : 1 جذرللحدودية $-2x^2+x+1$

اذن : هي تقبل القسمة على : $x-1$

وباستعمال تقنية القسمة الاقليدية

نجد أن : $-2x^2+3x-1=(x-1)(-2x-1)$

ومنه : $-2x^2+x+1=0$ يعني $(x-1)(-2x-1)=0$ يعني $x=1$ أو $x=-\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-1/2$		1	$+\infty$
$-2x2+x+1$	−	0	+	0	−

ومنه : $\lim_{x\to1^+}\frac{2x+1}{-2x^2+x+1}=-\infty$ و $\lim_{x\to1^-}\frac{2x+1}{-2x^2+x+1}=+\infty$

(5 $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{2x+5}-3}{x^2-4}$

لدينا $\lim_{x\to2}\sqrt{2x+5}-3=0$ و $\lim_{x\to2}x^2-4=0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م بالضرب ***بالمرافق*** ثم بالاختزال:

$$\frac{\sqrt{2x+5}-3}{x^2-4}=\frac{\left(\sqrt{2x+5}-3\right)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}{\left(x^2-4\right)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2x+5}\right)^2-3^2}{\left(x^2-4\right)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}=\frac{2x-4}{\left(x^2-4\right)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}=\frac{2}{(x+2)\left(\sqrt{2x+5}-3\right)}$$

$$(6\ \lim_{x\to2}\frac{\sqrt{2x+5}-3}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{2}{(x+2)\left(\sqrt{2x+5}+3\right)}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$$

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2-3x+2}$

لدينا : $\lim_{x\to1}x-1=0$ و $\lim_{x\to1}x^2-3x+2=0$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل : $\frac{0}{0}$

نتخلص من ال ش غ م مثلا بالتعميل ثم بالاختزال:

نلاحظ أن : 1 جذرللحدودية x^2-3x+2

اذن : هي تقبل القسمة على : $x-1$

وباستعمال تقنية القسمة الاقليدية نجد أن : $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

$$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to1}\frac{1}{x-2}=-1$$

(7 $\lim_{x\to0}\frac{\sin12x}{\tan6x}$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin12x}{\tan6x}=\lim_{x\to0}\frac{\sin12x}{12x}\times\frac{12x}{\tan6x}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin12x}{\tan6x}=\lim_{x\to0}\frac{\sin12x}{12x}\times\frac{6x}{\tan6x}\times2=1\times1\times2=2$$

تمرين2: (4,5ن) (1ن +1ن+1ن +1ن+0.5ن)

ندرس اشارة $x-2$: $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$x-2$	− 0 +

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^2-4}{x-4}, x>2 \\ f(x)=\frac{x^2-4}{-(x-2)}, x<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}, x>2 \\ f(x)=\frac{(x+2)(x-2)}{-(x-2)}, x<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=x+2, x>2 \\ f(x)=-(x+2), x<2 \end{cases}$$

(1 $\lim_{x\to2^+}f(x)=\lim_{x\to2^+}x+2=4$

و $\lim_{x\to2^-}f(x)=\lim_{x\to2^-}-(x+2)=-4$

(2 نلاحظ أن : $\lim_{x\to2^+}f(x)\neq\lim_{x\to2^-}f(x)$ ومنه الدالة f

لا تقبل نهاية عند : $x_0=2$

تمرين3: (4ن) (0.5ن +1ن +1ن +1,5ن)

$PQRM$ **مربع مركزه** J **بحيث :** $\left(\overrightarrow{JP},\overrightarrow{JQ}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ **و** (D)

مستقيم يوازي المستقيم (QM) **و يقطع** (PM) **في** E

و (PQ) **في** F

وليكن r **الدوران الذي مركزه** J **و زاوية** $\frac{\pi}{2}$

نعتبر النقطتين G **و** H **صورتي النقطتين**

E **و** F **بالدوران** r **على ا لتوالي.**

1. **أرسم الشكل و بين أن :** $(GH)\perp(EF)$
2. **حدد صورة المستقيم** (MQ) **بالدوران** r
3. **أ)بين أن :** $EM=GP$ **ب)بين أن :** $(GH)\,||\,(PR)$

الجواب:

الأجوبة : 1)لدينا : $r(E)=G$ ❶ و $r(F)=H$ ❷

من ❶و❷ نستنتج أن : $\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{GH}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ أي أن : $(EF)\perp(GH)$

2) صورة المستقيم (MQ) بالدوران r ؟؟؟

لدينا : $\begin{cases} JM=JP \\ \left(\overrightarrow{JM},\overrightarrow{JP}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ اذن : $r(M)=P$ ❶

ولدينا : $\begin{cases} JQ=JR \\ \left(\overrightarrow{JQ},\overrightarrow{JR}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ اذن : $r(Q)=R$ ❷

من ❶و❷ نستنتج أن: $r((MQ))=(PR)$

3) أ) $EM=GP$ ؟؟؟

ولدينا : $r(M)=P$ ❶ و $r(E)=G$ ❷

اذن : $EM=GP$ لأن : الدوران يحافظ على المسافة

ب)نبين أن : $(GH)\,||\,(PR)$:

لدينا : $(EF)\,||\,(MQ)$حسب المعطيات و لدينا :

و $r((MQ))=(PR)$ و $r((EF))=(GH)$

وبما أن : الدوران يحافظ على التوازي فان : $(GH)\,||\,(PR)$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien