

تمرين 3: 3.5 pts (1.5+1.5+0.5)

نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x) = |x^2 - 4|$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين عند $x_0 = 2$

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار عند $x_0 = 2$

3. هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 2$ ؟

الجواب: $f(x) = |x^2 - 4|$ ندرس اشارة : $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ و $x = 2$

ومنه : $f(2) = |2^2 - 4| = 0$ و $\begin{cases} f(x) = x^2 - 4; x \in]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[\\ f(x) = -(x^2 - 4); x \in [-2; 2] \end{cases}$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
x^2-4	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x + 2 = 4 \quad (1)$$

ومنه f قابلة للاشتقاق على اليمين عند $x_0 = 2$ و $4 = f'_d(2)$

وهو العدد المشتق على اليمين عند $x_0 = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4) - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x+2) = -4 \quad (2)$$

ومنه f قابلة للاشتقاق على اليسار عند $x_0 = 2$ و $-4 = f'_g(2)$

وهو العدد المشتق على اليسار عند $x_0 = 2$

(3)

f قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند $x_0 = 2$

ولكن : $f'_d(2) \neq f'_g(2)$

ومنه : f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 2$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

