**تمرين1:** 2pts (1ن+ 1ن)

حدد الدالة المشتقة للدالة $f$ في الحالات التالية :

1) $f(x)=-5x^4+2x+4$ 2) $f(x)=\dfrac{1}{\sin x}$

**الجواب:**(1

$f'(x)=(-5x^4+2x+4)'=-5\times4x^{4-1}+2+0=-20x^3+2$

2) نستعمل القاعدة التالية : $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$

$$f'(x)=\left(\frac{1}{\sin x}\right)'=-\frac{(\sin x)'}{\sin^2 x}=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

**تمرين2:** 14.5 pts (1ن+ 2ن+ 2ن+ 2ن+2ن+2ن+ 1ن+ 2.5ن)

نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي :

$f(x)=x^3+3x^2-4$

ليكن $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة $f$ عند محدات مجموعة التعريف
2. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$
3. أحسب مشتقة الدالة $f$ و أدرس إشارتها
4. ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .
5. أدرس تقعر المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ وحدد نقط الانعطاف
6. بين أن $A(-1;-2)$ مركز تماثل للمنحنى $(C_f)$
7. حدد معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $A(-1;-2)$
8. أنشئ $(C_f)$ و $(T)$.

**الجواب:** الأجوبة : $f(x)=x^3+3x^2-4$

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

لأن نهاية دالة حدودية عند $+\infty$ و $-\infty$ هي نهاية حدها الأكبر درجة

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$

$(C_f)$ يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$

$(C_f)$ يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأراتيب بجوار $-\infty$

3) $f'(x)=(x^3+3x^2-4)'=3\times x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x(x+2)=0\Leftrightarrow 3x=0$ أو $x+2=0$

$\Leftrightarrow x=0$ أو $x=-2$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3x(x+2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

4)

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

5) $f'(x)=(x^3+3x^2-4)'=3\times x^2+6x$

$f''(x)=(3\times x^2+6x)'=6x+6$

$f''(x)=0\Leftrightarrow 6x+6=0\Leftrightarrow x=-1$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $6x+6$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

- تقعر $(C_f)$ موجه نحو محور الأراتيب الموجبة على المجال: $[-1;+\infty[$
- تقعر $(C_f)$ موجه نحو محور الأراتيب الموجبة على المجال: $]-\infty;-1]$

يمكن تلخيص النتائج في جدول التقعر

المشتقة الثانية تنعدم وتتغير اشارتها عند : $x_0=-1$

و لدينا $f(-1)=-2$ ومنه : $A(-1;-2)$ نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$.

6) نبين أن $A(-1;-2)$ $A(a;b)$

أ) اذا كانت $x\in\mathbb{R}$ فان : $-2-x\in\mathbb{R}$ عبارة صحيحة

ب) نبين أن : $f(-2-x)+f(x)=-4=2b$ ؟؟؟؟

$f(2-x)+f(x)=(-2-x)^3+3(-2-x)^2-4+x^3+3x^2-4$

$f(2-x)+f(x)=-2^3-3\times2^2x-3\times2x^2-x^3+3(2^2+4x+x^2)-4+x^3+3x^2-4$

$=-8-12x-6x^2-x^3+12+12x+3x^2-4+x^3+3x^2-4=-4=2b$

ومنه $A(-1;-2)$ مركز تماثل منحنى الدالة $f$ .

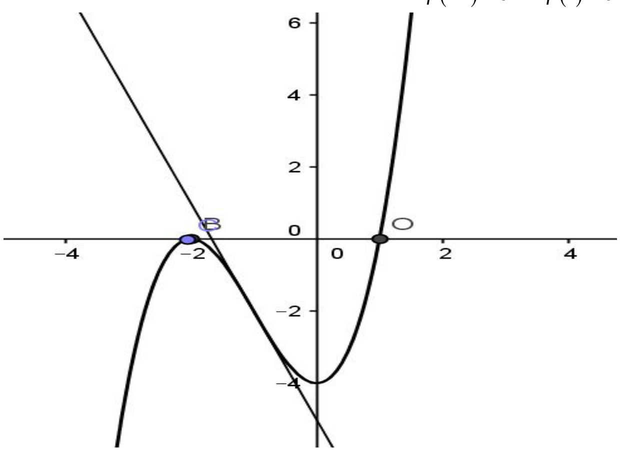
7) معادلة لمماس ل $(C_f)$ في النقطة $A$ التي أفصولها $x_0=-1$

$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$ و $f(-1)=-2$ و $f'(-1)=-3$

$y=f(-1)+f'(-1)(x+1)\Leftrightarrow y=-2-3(x+1)\Leftrightarrow y=-3x-5$

8) التمثيل المبياني للدالة $f$

$f(1)=0$ و $f(-2)=0$



**تمرين3:** 3.5 pts ( 1.5ن +1.5ن +0.5ن )

نعتبر الدالة $f$ المعرفة كالتالي : $f(x)=\left|x^2-9\right|$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على اليمين عند $x_0=3$
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على اليسار عند $x_0=3$
3. هل الدالة $f$ قابلة للاشتقاق عند $x_0=3$ ؟

**الجواب:** $f(x)=\left|x^2-9\right|$ ندرس اشارة : $x^2-9$ : $x^2-9=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0 \Leftrightarrow x=3$ أو $x=-3$

ومنه : $\begin{cases} f(x)=x^2-9; x\in\left]-\infty;-3\right]\cup\left[3;+\infty\right[ \\ f(x)=-\left(x^2-9\right); x\in\left[-3;3\right] \end{cases}$ و $f(3)=\left|3^2-9\right|=0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2-9$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

(1 $\lim_{x\to3^+}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim_{x\to3^+}\frac{x^2-9-0}{x-3}=\lim_{x\to3^+}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to3^+}x+3=6$

ومنه $f$ قابلة للاشتقاق على اليمين عند $x_0=3$ و $6=f_d'(3)$

وهو العدد المشتق على اليمين عند $x_0=3$

(2 $\lim_{x\to3^-}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\lim_{x\to3^-}\frac{-(x^2-9)-0}{x-3}=\lim_{x\to3^-}\frac{-(x-3)(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to3^-}-(3+3)=-6$

ومنه $f$ قابلة للاشتقاق على اليسار عند $x_0=3$ و $-6=f_d'(3)$

وهو العدد المشتق على اليسار عند $x_0=3$

(3

$f$ قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند $x_0=3$

ولكن : $f_d'(3)\neq f_g'(3)$

ومنه : $f$ غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=3$

**« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.**
**c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien**