تمرين1: $3\text{ pts}=6\times0.5$ $\quad A(-2;5)$ و $B(2;1)$

و ليكن G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;1)$ و $(B;3)$

1) أحسب إحداثيتي G 2)حدد إحداثيتي النقطة H بحيث G مرجح النقطتين المتزنتين $(H;1)$ و $(O;3)$

3)بين أن : المستقيمين (AH) و (OB) متوازيان.

الجواب:1)

$\begin{cases} x_G=\dfrac{1\times(-2)+3\times2}{3+1}=\dfrac{4}{4}=1 \\ y_G=\dfrac{1\times5+3\times1}{3+1}=\dfrac{8}{4}=2\end{cases}$ اذن : $G(1;2)$

2) طريقة1: G مرجح النقطتين المتزنتين $(H;1)$ و $(O;3)$ يعني :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{1\times x_H+3\times x_O}{3+1}=1 \\ y_G=\dfrac{1\times y_H+3\times y_O}{3+1}=2\end{cases}$$

لدينا $O(0;0)$ يعني : $\begin{cases}\dfrac{x_H}{4}=1\\ \dfrac{y_H}{4}=2\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}x_H=4\\ y_H=8\end{cases}$ اذن : $H(4;8)$

طريقة2: G مرجح النقطتين المتزنتين $(H;1)$ و $(O;3)$ يعني :

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OH}$$

$\overrightarrow{OG}(1;2)$ و $\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OH}\left(\dfrac{1}{4}x_H;\dfrac{1}{4}y_H\right)$

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OH}$ يعني $\begin{cases}\dfrac{x_H}{4}=1\\ \dfrac{y_H}{4}=2\end{cases}$ يعني : $\begin{cases}x_H=4\\ y_H=8\end{cases}$ اذن : $H(4;8)$

3) $\overrightarrow{AH}(6;2)$ و $\overrightarrow{OB}(6;2)$ اذن : نلاحظ أن : $\overrightarrow{AH}=3\overrightarrow{OB}$

ومنه المستقيمين (AH) و (OB) متوازيان لأن المتجهتين : $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{OB}$ مستقيميتان

تمرين2: $2\text{ pts}=4\times0.5$ $\quad A(-1;-3)$ و $B(3;2)$

1)حدد معادلة للمستقيم (AB) 2)حدد معادلة للمستقيم (Δ) واسط القطعة $[AB]$ 3)أحسب مسافة النقطة O عن المستقيم (AB)

4)استنتج مساحة المثلث OAB

5)ليكن H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (AB)

a. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (OH)

b. استنتج زوج إحداثيتي النقطة H

الجواب:1) نحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB):

$\overrightarrow{AB}(4,5)$ متجهة موجهة لـ (AB) $\quad\overrightarrow{AB}(-b,a)$ اذن :

$a=5;b=-4$

ومنه : $(AB)/5x-4y+c=0$

ولدينا $A\in(AB)$ اذن : $5\times(-1)-4\times(-3)+c=0$ يعني $c=-7$

ومنه : $(AB)/5x-4y-7=0$

2) واسط القطعة $[AB]$ هو مستقيم عمودي على (AB) ويمر من I منتصف القطعة $[AB]$

نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل :

$(\Delta)/ax+by+c=0$ و $\overrightarrow{AB}(a,b)$ متجهة منظميه على (Δ)

ولدينا : $\overrightarrow{AB}(4,5)$ متجهة منظميه على (Δ) اذن : $a=4;b=5$

ومنه المعادلة تصبح : $(\Delta)/4x+5y+c=0$

ونعلم أن : $I\in(\Delta)$ علينا أولا حساب احداثيات I

$I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$ يعني $I\left(1,-\dfrac{1}{2}\right)$

$I\in(\Delta)$ اذن احداثيات I تحقق المعادلة يعني :

$4\times1+5\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+c=0\Leftrightarrow4-\dfrac{5}{2}+c=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{3}{2}$ ومنه :

$$(\Delta)/4x+5y-\frac{3}{2}=0$$

3)لدينا $O(0,0)$ اذن :

$$d(O;(AB))=\frac{|5\times0-4\times0-7|}{\sqrt{5^2+(-4)^2}}=\frac{|-7|}{\sqrt{41}}=\frac{7}{\sqrt{41}}=\frac{7\sqrt{41}}{41}$$

4) لدينا $d(O;(AB))=OH$ اذن :

$$S_{ABC}=\frac{AB\times OH}{2}=\frac{\sqrt{4^2+(-5)^2}}{2}\times\frac{7}{\sqrt{41}}=\frac{\sqrt{41}}{2}\times\frac{7}{\sqrt{41}}=\frac{7}{2}$$

5)أ) نحدد معادلة ديكارتية للمستقيم (OH):

لدينا $\overrightarrow{AB}(4,5)$ متجهة منظمية على (OH)

اذن: $(OH)/4x+5y+c=0$ و

ولدينا $O\in(OH)$ اذن : $4\times0+5\times0+c=0$ يعني $c=0$

ومنه : $(OH)/4x+5y=0$

ب) H هي نقطة تقاطع (OH) و (AB) اذن احداثيات H هي حلول النظمة :

$\begin{cases}4x+5y=0\\5x-4y=7\end{cases}$ نستعمل طريقة المحددات لحل هذه النظمة :

محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}4&5\\5&-4\end{vmatrix}=-41\neq0$

و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:هو $x=\dfrac{\begin{vmatrix}0&5\\7&-4\end{vmatrix}}{-41}=\dfrac{-35}{-41}=\dfrac{35}{41}$

و $y=\dfrac{\begin{vmatrix}4&0\\5&7\end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{28}{-41}=-\dfrac{28}{41}$ ومنه: $H\left(\dfrac{35}{41};-\dfrac{28}{41}\right)$

تمرين3: $4\text{ pts}=2\times1\text{ pts}+2\text{ pts}$

1. حدد معادلة ديكارتية للدائرة (C) التي مركزها $I(3;-2)$ و المارة من النقطة $A(1;2)$
2. حدد إحداثيات نقط تقاطع الدائرة (C) مع كل من محوري المعلم

الجواب:1) شعاع هذه الدائرة هو : $R=IA$

$$R=IA=\sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

ومنه معادلة الدائرة هي: $(C)\ (x-3)^2+(y+2)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2$

يمكننا الاكتفاء بهذه الكتابة

أو النشر فنجد : $(C)\ x^2+y^2-6x+4y-7=0$

2)أ)احداثيات نقط تقاطع (C) مع محور الأفاصيل

نضع : $y=0$ فنجد : $x^2-6x-7=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز $a=1$ و $b=-6$ و $c=-7$

$\Delta=b^2-4ac=36-4\times(-7)\times1=64>0$

ومنه للمعادلة حلين هما : $x_1=\frac{6+8}{2}=7$ و $x_2=\frac{6-8}{2}=-1$

ومه نقطتا التقاطع هما : $A(7;0)$ و $B(-1;0)$

ب) احداثيات نقط تقاطع (C) مع محور الأراتيب:

نضع : $x=0$ فنجد : $y^2+4y-7=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز $a=1$ و $b=4$ و $c=-7$

$\Delta=b^2-4ac=16-4\times(-7)\times1=44>0$

ومنه للمعادلة حلين هما : $x_1=\frac{-4+2\sqrt{11}}{2}=-2+\sqrt{11}$ و $x_2=\frac{-4-2\sqrt{11}}{2}=-2-\sqrt{11}$

ومه نقطتا التقاطع هما : $C\left(0;-2+\sqrt{11}\right)$ و $D\left(0;-2-\sqrt{11}\right)$

« c’est en forgeant que l’on devient forgeron » dit un proverbe.
c’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l’on devient un mathématicien