أكاديمية وجدة

تصحيح الفرض المنزلي رقم 6

مستوى الأولى علوم

تمرين 1: 14 pts (1ن +1ن +2ن +1ن+2ن +2ن +2ن +1ن+2ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي :

$$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-3}$$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث يكون لدينا :
$$\forall x\in D_f \quad : \; f(x)=ax+b+\frac{c}{x-3}$$
3. أحسب النهايات عند محدات D_f
4. أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f (تحديد معادلة المقاربات و المقاربات المائلة ل C_f.)
5. بين أن النقطة $\Omega(3;4)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .
6. حدد الدالة المشتقة و ادرس إشارتها.
7. أعط جدول تغيرات f على D_f.
8. حدد احداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم. 9) أنشئ المنحنى C_f.

الجواب: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x-3\neq 0\}$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{3\}=]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$

2)نقوم بالقسمة الاقليدية ل x^2-3x+6 على $x-2$ فنجد :

$$x^2-2x+1=(x-3)(x+1)+4$$

اذن : $f(x)=\frac{(x-3)(x+1)+4}{x-3}=\frac{(x-3)(x+1)}{x-3}+\frac{4}{x-3}=x+1+\frac{4}{x-3}$

ومنه : $a=1$ و $b=1$ و $c=4$

3) $\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-2x+1}{x-3}=\frac{4}{0^+}=+\infty$ و $\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-2x+1}{x-3}=\frac{4}{0^-}=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}x=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty}x=-\infty$

4) $x=3$ مقارب للمنحنى (C_f)

$f(x)=x+1+\frac{4}{x-3}$ يعني $f(x)-(x+1)=\frac{4}{x-3}$

يعني $\lim_{x\to+\infty} f(x)-(x+1)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x-3}=\frac{4}{+\infty}=0$ ومنه المستقيم ذا المعادلة

$y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ولدينا : $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{x+2}=\frac{4}{-\infty}=0$ ومنه المستقيم ذا المعادلة

$y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

5) أ)نبين أنه : اذا كانت $x\in\mathbb{R}-\{3\}$ فان : $6-x\in\mathbb{R}-\{3\}$ ؟؟؟

$$\Leftrightarrow 6-x\neq 6-3\Leftrightarrow -x\neq -3\Leftrightarrow x\neq 3\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}-\{3\}$$

$$6-x\in\mathbb{R}-\{3\}\Leftrightarrow 6-x\neq 3\Leftrightarrow$$

ب)نبين أن : $f(6-x)+f(x)=8=2b$ ؟؟؟؟

$$f(6-x)+f(x)=6-x+1+\frac{1}{6-x-3}+x+1+\frac{1}{x-3}$$

$$=8+\frac{1}{-x+3}+\frac{1}{x-3}=8-\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-3}=8$$

ومنه $\Omega(3;4)$ مركز تماثل منحنى الدالة f .

6) $f'(x)=\left(x+1+\frac{4}{x-3}\right)'=1-\frac{4}{(x-3)^2}=\frac{(x-3)^2-4}{(x-3)^2}$ يعني

$$f'(x)=\frac{(x-3)^2-2^2}{(x-3)^2}=\frac{(x-3-2)(x-3+2)}{(x-3)^2}=\frac{(x-5)(x-1)}{(x-3)^2}$$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة : $(x-5)(x-1)$

$(x-5)(x-1)=0$ يعني $x-5=0$ أو $x-1=0$ يعني $x=5$ أو $x=1$

جدول الإشارة:

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

7) جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

8)) أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $\frac{x^2-2x+1}{x-3}=0$

يعني $x^2-2x+1=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=1$ و $b=-2$ و $c=1$

$$\Delta=b^2-4ac=4-4\times1\times1=0$$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا مزدوجا هما:

$$x=\frac{-b}{2a}=1$$

ومنه نقطة التقاطع هي: $A(1;0)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

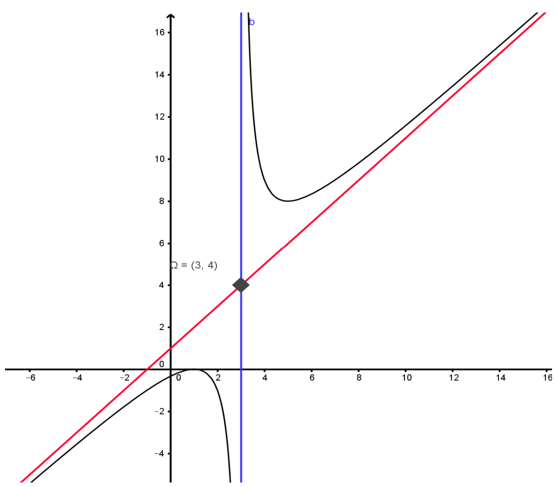
نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=-\frac{1}{3}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C\left(0;-\frac{1}{3}\right)$

9) $f'(2)=\frac{(2-5)(2-1)}{(2-3)^2}=\frac{-3}{1}=-3$ و $f(2)=\frac{2^2-2\times2+1}{2-3}=-1$

$$y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$$

$$y=-3x+5\Leftrightarrow y=-1-3(x-2)\Leftrightarrow y=f(2)+f'(2)(x-2)$$

10)التمثيل المبياني للدالة :



تمرين2: 6 pts (ن1.5+ ن2+ ن1.5+ ن1)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط $A(0;0;1)$ و $B(2;0;3)$ و $C(-1;1;1)$ و $D(2;0;4)$

1. بين أن النقط A و B و C غير مستقيمية
2. بين أن $x+y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A و الموجه بالمتجهتين $\vec{u}(3;-1;2)$ و $\vec{v}(2;0;3)$
4. أعط تمثيلا بارا متريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة D و الموجه بالمتجهة $\vec{w}(4;-2;1)$
5. أدرس الوضع النسبي للمستوى (ABC) و المستقيم (Δ)

الجواب:

1) $\overrightarrow{AB}(2-0;0-0;3-1)$ يعني $\overrightarrow{AB}(2;0;2)$

$\overrightarrow{AC}(-1-0;1-0;1-1)$ يعني $\overrightarrow{AC}(-1;1;0)$

نحسب المحددات المستخرجة :لدينا

$\begin{vmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{vmatrix}=0-2=-2\neq 0$ ومنه المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين

وبالتالي النقط : A و B و C غير مستقيمية

2) $M(x;y;z)\in(ABC)$ يعني $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستوائية

يعني : $\det\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=0$

$\overrightarrow{AM}(x-0;y-0;z-1)$ يعني : $\begin{vmatrix}x & 2 & -1\\ y & 0 & 1\\ z-1 & 2 & 0\end{vmatrix}=0$

يعني : $x\begin{vmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{vmatrix}-y\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 0\end{vmatrix}+(z-1)\begin{vmatrix}2 & -1\\ 0 & 1\end{vmatrix}=0$

يعني : $-2x-2y+2(z-1)=0$ يعني : $-2x-2y+2z-2=0$

يعني : $(ABC):\ x+y-z+1=0$

3) $M(x;y;z)\in Q\left(A;\vec{u};\vec{v}\right)$ يعني $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستوائية

يعني : $\det\left(\overrightarrow{AM};\vec{u};\vec{v}\right)=0$ $\quad A(0;0;1)$

$\overrightarrow{AM}(x;y;z-1)$ يعني : $\begin{vmatrix}x & 3 & 2\\ y & -1 & 0\\ z-1 & 2 & 3\end{vmatrix}=0$

يعني : $x\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 2 & 3\end{vmatrix}-y\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix}+(z-1)\begin{vmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{vmatrix}=0$

يعني : $-3x-5y+2(z-1)=0$ يعني : $-3x-5y+2z-2=0$

يعني : $(Q):\ -3x-5y+2z-2=0$

4) المستقيم (Δ) يمر من $D(2;0;4)$ و موجه بالمتجهة $\vec{w}(4;-2;1)$

اذن : $(\Delta)\begin{cases}x=4t+2\\ y=-2t\\ z=t+4\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

5) $(ABC):\ x+y-z+1=0$ و $(\Delta)\begin{cases}x=4t+2\\ y=-2t\\ z=t+4\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

اذن : $4t+2+-2t+t+4=0$ يعني $3t+6=0$ يعني $t=-2$

اذن : (D) يقطع المستوى (P) في النقطة : $\begin{cases}x=-6\\ y=4\\ z=2\end{cases}$

$H(-6;4;2)$ هي نقطة التقاطع