TRONC COMMUN BAC INTERNATIONAL

http:// xyzmath.e-monsite.com

SÉRIE D'EXERCICES N°1

L'ENSEMBLE $\mathbb{N}$ ET PRINCIPES D'ARITHMÉTIQUE

EXERCICE1 :

Soit $n \in \mathbb{N}$, étudier la parité des nombres suivants:

1) $n(n+1)$. (Le produit de deux nombres consécutifs)
2) $n+(n+1)+(n+2)$.
3) $4n^2+4n+1$.

EXERCICE2 :

Soient m et n deux nombres entiers naturels, tel que $m > n$.

1) Monter que $m+n$ et $m-n$ ont la même parité.
2) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $m^2-n^2=28$.

EXERCICE3 :

Déterminer les chiffres **a** et c pour que:

1) le nombre **12a4** soit divisible par **3**.
2) le nombre **23a4** soit divisible par **3** et n'est pas divisible par **9**.
3) le nombre **12a5c** soit divisible par **3** et **5**.

EXERCICE4 :

Notons par $\overline{XY}$ tout nombre entier naturel tel que Y le chiffre des unités et X le chiffre des dizaines.
Montrer que le nombre $A=\overline{XY}+\overline{YX}$ est divisible par **11**.

EXERCICE5 :

1) Développer $(n+1)^2-n^2$ pour $n \in \mathbb{N}$.
2) Déduire que tout nombre impair peut s'écrire par la différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs. (c.-à-d., si n impair, il existe deux nombres consécutifs a, b et $n=b^2-a^2$)
3) Appliquer l'affirmation précédente sur les nombres **17, 121, 2015.**
4) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que le nombre n^2+n+7 est impair.
5) Appliquer l'affirmation sur le nombre n^2+n+7.

EXERCICE6 :

Soit n un entier naturel impair.

1) Montrer que n^2-1 est un multiple de **8.** (**8** est un diviseur de n^2-1)
2) Déduire que n^4-1 est un multiple de **16.**
3) Soient a et b deux entiers naturels impairs, montrer que **8** divise a^2+b^2-2.

EXERCICE7 :

1) Décomposer le nombre 684 en produit de facteurs premiers.
2) Déterminer le plus petit entier naturel a pour que le nombre $a \times 684$ soit un carré parfait.

Rappel **: On dit qu'un entier naturel n est un carré parfait, s'il existe m dans $\mathbb{N}$ tel que $n = m^2$.**

EXERCICE8 :

1) Décomposer les deux nombres 2356 et 1612 en produit de facteurs premiers.
2) Déduire la forme irréductible du quotient $\dfrac{2356}{1612}$.
3) Déterminer le plus petit entier b, pour que $\sqrt{2356 \times 1612} = a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{N}$.

EXERCICE9 :

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Montrer que $n^3 - n$ est divisible par 3.
   Indication : Etudier les cas : $n = 3p$; $n = 3p+1$; $n = 3p+2$ $(p \in \mathbb{N})$.
2) Déduire que l'équation $n^3 - 4n - 100 = 0$ n'admet pas de solutions dans $\mathbb{N}$.

EXERCICE10 :

1) Déterminer $PGCD(214,816)$; $PPCM(1275,575)$.
2) Déterminer les entiers naturels a et b, tel que $a \times b = 2880$ et $PGCD(a,b) = 24$.
3) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3} \in \mathbb{N}$.

EXERCICE11 :

1) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que $(n^2+1-n)(n^2+1+n) = n^4 + n^2 + 1$.
2) Montrer que 10101 est divisible par 111.
3) Montrer que $10^8 + 10^4 + 1$ est divisible par 111.