

ملخصى وقواعدي فى الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات فى الثانوى تأهيلي

ملخص درس الحسابيات فى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

إذن: - العدد 145 مضاعف للعددين 5 و 29 .
 - العددين 5 و 29 هما قاسمان للعدد 145.

ملحوظة: العدد 0 مضاعف لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.
 العدد 1 قاسم لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.

(4) مصاديق قابلية القسمة على : 2 و 3 و 4 و 5 و 9

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا. يكون العدد n قابلا للقسمة:
 على 2: إذا كان رقم وحداته هو : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8.
 على 3: إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 3.
 على 4: إذا كان رقم وحداته و رقم عشراته يكونان في هذا الترتيب عددا مضاعفا للعدد 4.
 على 5: إذا كان رقم وحداته هو 0 أو 5.
 على 9: إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 9.

(5) الأعداد الأولية و التفكيك إلى جداء عوامل أولية

تعريف: عدد أولي هو كل عدد صحيح طبيعي a يقبل قاسمين فقط هما العدد 1 و العدد a .

مثال 1: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30 29.

الجواب: الأعداد الأولية الأصغر من 30 هي 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

مثال 2: هل العدد 239 أولي ؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد الأولية p

التي تحقق : $p^2 < 239$ وهي : 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 239 إذن العدد 239 أولي

خاصية: يقبل أن كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم و يخالف 1 يكتب على شكل جداء عوامل عوامل أولية.

مثال: لدينا: $640 = 64 \times 10$ أي $640 = 8^2 \times 2 \times 5$ إذن:

$$640 = (2^3)^2 \times 2 \times 5$$

و منه: $640 = 2^7 \times 5$ العوامل

المكونة لهذا الجداء هي الأعداد الأولية 2 و 5.

تقنية للتفكيك: لتفكيك a عدد الى جداء عوامل أولية نأخذ أصغر عدد أولي يقسمه و ننجز القسمة فنحصل على خارج b فنأخذ أصغر

عدد أولي يقسم b و ننجز القسمة فنحصل على خارج c فتتابع عملية القسمة حتى نحصل على خارج يساوي 1 و العدد a

سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية التي قسمنا عليها

مثال: فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

$$1344 = 2^6 \times 3 \times 7$$

(6) القاسم المشترك الأكبر و المضاعف المشترك الأصغر:

تعريف 1: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين.

أكبر قاسم مشترك للعددين a و b يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

و يرمز له بالرمز $PGCD(a; b)$.

تعريف 2: ليكن a و b عنصرين من \mathbb{N} . أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b يسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b . و نرمز له بالرمز $PPCM(a; b)$.

مثال: $PPCM(12; 8) = 24$.

خاصية 1: القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

خاصية 2: المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة و الغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

مثال: فكك الأعداد : 220 و 798 الى جداء عوامل أولية

و حدد : $PGCD(220; 798)$ و $PPCM(220; 798)$

$$798 = 2 \times 3 \times 7 \times 19 \quad 220 = 2^2 \times 5 \times 11$$

إذن : $PGCD(220; 798) = 2^1 = 2$

$$PPCM(220; 798) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 19 = 87780$$

(1) مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية \mathbb{N} .

تعريف: كل الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز \mathbb{N}

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

مصطلحات ورموز: العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم

الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة تكون مجموعة نرمز لها بالرمز \mathbb{N}^* .

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, \dots\}$$

7 هو عدد صحيح طبيعي نكتب $7 \in \mathbb{N}$

-8 ليس بعدد صحيح طبيعي نكتب $-8 \notin \mathbb{N}$

(2) الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية:

تعريف: a عدد صحيح طبيعي زوجي إذا وجد عدد صحيح طبيعي k

$$a = 2k$$

بحيث : a عدد صحيح طبيعي فردي إذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث :

$$a = 2k + 1$$

ملاحظات : كل عدد صحيح طبيعي اما هو زوجي أو فردي ولدينا مجموعة من النتائج في الجدول التالي :

الأعداد	a	b	a+b	a-b	a x b
زوجية الأعداد	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي
	فردي	فردي	زوجي	زوجي	فردي
	فردي	زوجي	فردي	فردي	زوجي
	زوجي	فردي	فردي	فردي	زوجي

مثال: $n \in \mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية: $4n^2 + 4n + 1$ و $2n + 4$

$$4n^2 + 4n + 1 = (2n + 1)^2$$

$$2n + 4 = 2(n + 2) = 2 \times k$$

الجواب: $2n + 4 = 2(n + 2) = 2 \times k$ حيث : $k = n + 2$

وبالتالي : $2n + 4$ عدد زوجي

$$4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1 = 2 \times k + 1$$

حيث : $k = 2n^2 + 2n$ وبالتالي : $4n^2 + 4n + 1$ عدد فردي

$$6n^2 + 12n = 2(3n^2 + 6n) = 2 \times k$$

حيث : $k = 3n^2 + 6n$ وبالتالي : $6n^2 + 12n$ عدد زوجي

$$2n^2 + 7 = 2(n^2 + 3) + 1 = 2k + 1 = 2 \times k$$

حيث : $k = n^2 + 3$ وبالتالي : $2n^2 + 7$ عدد فردي

$$3n^3 + n = n(3n^2 + 1)$$

دراسة زوجية العدد: $3n^3 + n$ حيث $n \in \mathbb{N}$

الحالة 1: n عدد زوجي

$$n^3 = n \times n \times n$$

هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية

وبالتالي : $3n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

الحالة 2: n عدد فردي

$$n^3 = n \times n \times n$$

هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية

وكذلك : $3n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين

و منه : $3n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي : $3n^3 + n$ عدد زوجي كيفما كانت $n \in \mathbb{N}$

(3) قواسم عدد و مضاعفات عدد

تعريف 1: a و b عنصران من \mathbb{N} . نقول ان a مضاعف للعدد b إذا

$$a = bn$$

وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a = bn$.

مثال: ادينا: $145 = 5 \times 29$ إذن : 145 مضاعف للعدد 5

تعريف 2: a و b عنصران من \mathbb{N} .

نقول ان b قاسم للعدد a إذا وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a = bn$.

مثال: ادينا: $145 = 5 \times 29$