## التمرين الأول

1 - حل في $IR$ المعادلة : $x^2 - 5x + 4 = 0$

2 - اختر من بين المجموعات التالية :

$$S2 = ]-\infty;1[ \cup ]4;+\infty[\ ;\ S3 = ]1;4[\ ;\ S1 = \{1;4\}$$

مجموعة حلول المتراجحة : $x^2 - 5x + 4 < 0$

3 - حل في $IR^2$ النظمة : $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

## الجـــواب :

1 - لنحل في $IR$ المعادلة : $x^2 - 5x + 4 = 0$

لنحدد مميز المعادلة : $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 25 - 16$

$$\Delta = 9 > 0$$

إذن للمعادلة حلين مختلفين في $IR$ هما :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{9}}{2\times1} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{9}}{2\times1} = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

و بالتالي : $S = \{1;4\}$

2 - لنحل في $IR$ المتراجحة : $x^2 - 5x + 4 < 0$

ندرس إشارة $x^2 - 5x + 4$

من جوابنا على السؤال السابق جذور الحدودية $x^2 - 5x + 4$ هي : $1$ و $4$

جدول الإشارة إذن :

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2 + 4x - 5$ | | + | 0 | - | 0 | + | |

مجموعة الحلول هي : $S = ]1;4[ = S_3$

3 - لنحل في $IR^2$ النظمة : $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

نحدد محددة النظمة : $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 2 \times (-1) - 3 \times 3 = -2 - 9 = -11 \neq 0$

وبالتالي فإن للنظمة حل وحيد في $IR^2$ هو الزوج $(x, y)$ حيث :

$$D_x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 7 \times (-1) - 3 \times 5 = -7 - 15 = -22$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 7 \times 3 = 10 - 21 = -11$$

إذن : $x = \frac{D_x}{D} = \frac{-22}{-11} = 2$ و $y = \frac{D_y}{D} = \frac{-11}{-11} = 1$

$$S = \{(2,1)\}$$

## التمرين الثاني

إذا كان طول طريق على خريطة ذات سلم $\frac{1}{1000}$ هو $15cm$ فاحسب الطول الحقيقي لهذا الطريق

## الجواب :

السلم هو معامل التناسب بين القياسات الحقيقة لشيء و القياسات على تصميم أو خريطة لهذا الشيء

إذا كان طول طريق على خريطة ذات سلم $\frac{1}{1000}$ هو $15cm$ فالطول الحقيقي لهذا الطريق هو :

$$\frac{\mathbf{15}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1000}}} = 15000\ cm = 1{,}5\ km$$

## التمرين الثالث

I - لتكن $(U_n)_{n \in IN}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n \end{cases}$

1 -احسب : $U_1$

2 -حدد طبيعة المتتالية $(U_n)$

3 -عبر عن $U_n$ بدلالة $n$

II - لتكن $(V_n)_{n \in IN}$ متتالية حسابية حيث $V_3 = 5$ و $V_4 = 8$

1 -حدد أساس المتتالية $(V_n)$ و بين أن : $V_0 = -4$

2 -بين أن : $V_{23} = 65$

3 احسب المجموع : $S = V_0 + V_1 + \cdots + V_{23}$

**الجـــواب:**



I -

1 - لنحسب : $U_1$

$$U_1 = \frac{1}{2}U_0 = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$$

2 - لدينا : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n$ إذن $(U_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3 - لنعبر عن $V_n$ بدلالة $n$

الحد العام لمتتالية هندسية يكتب على شكل : $U_n = U_p \times q^{(n-p)}$

p هو مدل الحد الأول يعني $p = 0$

$$U_n = U_0 \times q^{(n-0)}$$

و بالتالي : $U_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 4 \times \frac{1}{2^n} = \frac{4}{2^n} = \frac{2^2}{2^n} = \frac{1}{2^{n-2}}$

$$\boxed{U_n = \frac{1}{2^{n-2}}}$$

II -

1 - لنحدد أساس المتتالية $(V_n)$ و نبين أن : $V_0 = -4$

لدينا : $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية حسابية و $V_3 = 5$ و $V_4 = 8$

إذن : $V_4 = V_3 + r$ و هذا يعني أن : $r = V_4 - V_3$

و بالتالي : $\boxed{r = 8 - 5 = 3}$

نبين أن : $V_0 = -4$

بما أن $(V_n)_{n\in IN}$ متتالية حسابية أساسها $r = 3$ فإن : $V_n = V_0 + n \times r$

إذن : $V_4 = V_0 + 4 \times 3 = V_0 + 12$

وبالتالي : $V_0 = V_4 - 12 = 8 - 12 = -4$

$$\boxed{V_0 = 4}$$

2 - لنبين أن : $V_{23} = 65$

نعلم أن : $V_n = V_0 + n \times r$

وبالتالي : $V_{23} = V_0 + 23 \times 3 = -4 + 69$

$$\boxed{V_{23} = 65}$$

3 - لنحسب المجموع : $S = V_0 + V_1 + \cdots + V_{23}$

نلاحظ أن S هو مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية إذن : $S = (n-p+1) \times \frac{V_p + V_n}{2}$

$$S = 24 \times \frac{-4+65}{2} = 24 \times \frac{61}{2} = 12 \times 61 = 732$$

$$\boxed{S = 732}$$

## التمرين الرابـــع

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء . نسحب بالتتابع و إحلال كرتين من الصندوق

1 - بين أن عدد السحبات الممكنة هو 64

2 - احسب عدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون

## الجـــواب :

1 - لنحسب عدد السحبات الممكنة

نسحب بالتتابع و إحلال كرتين من صندوق يحتوي على 8 كرات : 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء

عدد السحبات الممكنة هو : $8^{\,2} = 64$

2 - لنحسب عدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون

لسحب الكرتان مختلفتي اللون يجب سحب كرة واحدة من بين ثلاث كرات حمراء و من بين خمسة كرات بيضاء إذن فعدد السحبات التي تكون فيها الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون هي :

أي : $3^1 \times 5^1 = 3 \times 5 = 15$

## التمرين الخامس

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

$(C_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1 - حدد $D$ مجموعة تعريف الدالة $f$

2 - احسب :

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{\substack{x\to2\\x<2}} f(x)$ $\lim_{\substack{x\to2\\x>2}} f(x)$

3 - بين أن : $f'(x)=\frac{-5}{(x-2)^2}$ لكل $x$ من $D$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة $f$

4 - أ- احسب : $f(-\frac{1}{2})$ و $f(0)$

ب - أنشئ $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

5 - حل مبيانيا المتراجحة : $f(x)\le 0$

**الجـــواب:**

1 - لنحدد $D$ مجموعة تعريف الدالة $f$

لدينا : $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$

$$D=\{x\in IR/x-2\neq 0\}$$

$$D=\{x\in IR/x\neq 2\}$$

$$D=IR-\{2\}=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$$

2 - لدينا : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{x}=2$

لدينا : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x}=2$

لدينا : $\lim_{\substack{x\to2\\x>2}} f(x)=\lim_{\substack{x\to2\\x>2}}\frac{2x+1}{x-2}=\frac{2\times2+1}{2-2}=\frac{5}{0^+}=+\infty$

لدينا : $\lim_{\substack{x\to2\\x<2}} f(x)=\lim_{\substack{x\to2\\x<2}}\frac{2x+1}{x-2}=\frac{2\times2+1}{2-2}=\frac{5}{0^-}=-\infty$

3 - أ- لدينا : $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$ لكل $x$ من $\mathrm{IR}-\{2\}$

اذن : $f'(x)=\frac{(2x+1)'(x-2)-(2x+1)(x-2)'}{(x-2)^2}$ لكل x من $\mathrm{IR}-\{2\}$

$$=\frac{2(x-2)-(2x+1)\times1}{(x-2)^2}=\frac{2x-4-2x-1}{(x-2)^2}$$

$$=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

وبالتالي : $f^{'}(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$ لكل x من $IR - \{2\}$

جدول تغيرات الدالة $f^{'}$

بماأن : $f^{'}(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$ لكل x من $IR - \{2\}$

فإن $f^{'}(x) < 0$ لكل x من $IR - \{2\}$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f^{'}(x)$ | - | \|\| | - |
| $f^{'}(x)$ | $2 \searrow -\infty$ | \|\| | $+\infty \searrow 2$ |

4 - أ-لنحسب: $f(-\frac{1}{2})$ و $f(0)$

$$f(0) = \frac{2\times0+1}{0-2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1}{-\frac{1}{2}-2} = \frac{-1+1}{-\frac{1}{2}-\frac{4}{2}} = \frac{0}{\frac{-5}{2}} = 0$$

ب- المنحنى $(C_f)$

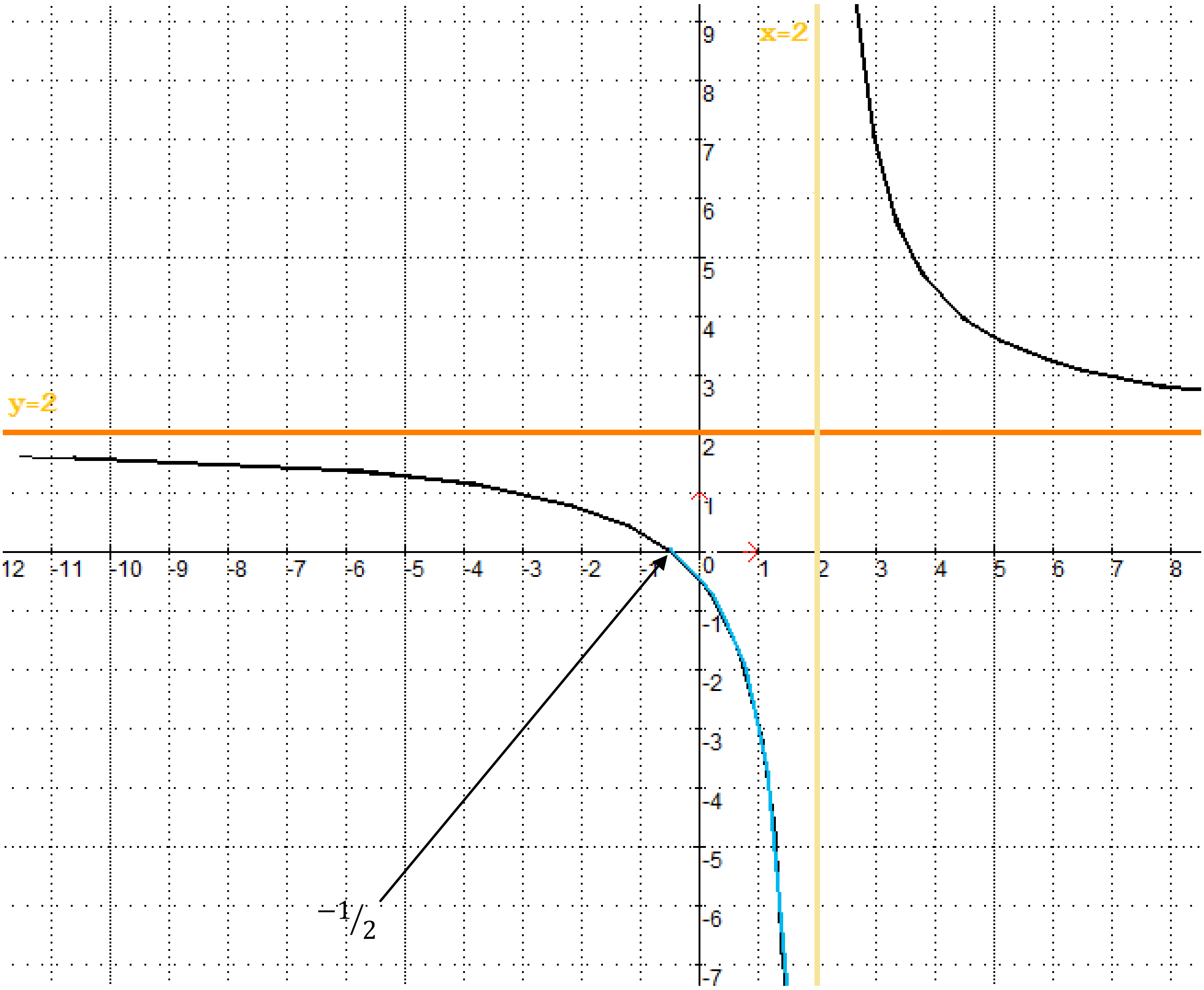
$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

جدول بعض قيم الدالة $f$

| | -1 | 1 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| | $1/3$ | $-3$ | 7 | $\frac{9}{2}$ |


1 - لنحل مبيانيا المتراجحة : $f(x) \leq 0$

حلول المتراجحة : $f(x) \leq 0$ هي أفاصيل نقط المنحنى $(C_f)$ التي بالنسبة إليها يوجد المنحنى $(C_f)$ تحت محور الأفاصيل ( النقط الملونة باللون الأزرق )




نلاحظ انطلاقا من المنحنى أن افاصيل النقط الملونة بالأزرق كلها أكبر أو تساوي $\frac{-1}{2}$ و أصغر من $2$ أي أنها تنتمي إلى المجال : $\left[-\frac{1}{2}\,;2\right[$

وبالتالي : $$S=\left[-\frac{1}{2}\,;2\right[$$

http:// xyzmath.e-monsite.com