



الصفحة
1
3



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الإستدراكية 2010  
الموضوع

7	المعامل:	RS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

## معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

بالنسبة للتمرين الخامس ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

## الموضوع

### التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقط  $A(0, -2, 0)$  و  $B(1, 1, -4)$

و  $C(0, 1, -4)$  و مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  بحيث :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$  .

1 بين أن  $(S)$  هي الفلكة التي مركزها النقطة  $\Omega(1, 2, 3)$  و شعاعها 5 . 0.5

2 أ - بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$  واستنتج أن  $4y + 3z + 8 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  . 1

ب - احسب  $d(\Omega, (ABC))$  ثم استنتج أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  . 0.5

3 ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(ABC)$  .

أ - بين أن :  $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \\ z=3+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  هو تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$  . 0.5

ب - بين أن مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  والمستوى  $(ABC)$  هو  $(1, -2, 0)$  . 0.25

ج - تحقق من أن  $H$  هي نقطة تماس المستوى  $(ABC)$  والفلكة  $(S)$  . 0.25

### التمرين الثاني (3 ن)

1 حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$  1

2 نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحاقها

على التوالي هي :  $a = 8i$  و  $b = 4\sqrt{3} - 4i$  و  $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$  .

ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{4\pi}{3}$  .

أ - بين أن  $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$  . 0.5

ب - تحقق من أن النقطة  $B$  هي صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$  . 0.25

ج - بين أن  $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  ثم اكتب العدد  $\frac{a-b}{c-b}$  على الشكل المثلي . 0.75

د - استنتج أن المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع . 0.5

### التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد : 1 و 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .

نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .

1 ليكن  $A$  الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " . 1.25

و  $B$  الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .

بين أن  $P(A) = \frac{3}{28}$  وأن  $P(B) = \frac{13}{28}$  .

2 ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

أ - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  . 0.25

ب - بين أن :  $P(X=1) = \frac{15}{28}$  . 0.75

[http:// xyzmath.e-monsite.com](http://xyzmath.e-monsite.com)

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  . 0.75

### التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

0.5 (1) بين أن :  $u_n > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

0.75 (2) بين أن :  $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

0.5 (3) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية وأنها متقاربة .

0.75 (4) أ- بين بالترجع أن :  $u_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

0.5 ب- حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

### التمرين الخامس (8 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$  .

0.25 (1) أ- تحقق من أن  $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  .

0.5 ب- بين أن :  $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  .

0.25 (2) أ- تحقق من أن  $\frac{3x^2 + 3x + 2}{x} > 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  .

0.5 ب- استنتج أن إشارة  $g'(x)$  هي إشارة  $x-1$  على  $]0, +\infty[$  .

0.5 (3) أ- بين أن الدالة  $g$  تناقصية على  $]0, 1[$  وأنها تزايدية على  $]1, +\infty[$  .

0.5 ب- استنتج أن  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  (لاحظ أن  $g(1) > 0$ ) .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$  .

ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (نأخذ  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$ ) .

1 (1) بين أن :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ، ثم استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية على  $]0, +\infty[$  .

0.5 (2) أ- بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$  ثم أول هذه النتيجة هندسيا .

0.75 ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = 0$  ثم أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  (نذكر أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ ) .

0.5 ج- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  .

0.5 (3) بين أن  $y = 3(x - 1)$  هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة التي زوج إحداثياتها  $(1, 0)$  .

0.75 (4) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C)$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها) .

1 (5) أ- باستعمال كاملة بالأجزاء ، بين أن :  $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$  (ضع :  $u'(x) = \frac{1}{x^2}$  و  $v(x) = \ln x$ ) .

0.5 ب- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين  $(C)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين الذين معادلتاهما  $x = 1$  و  $x = e$

هي  $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{cm}^2$  .