

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع



NS22

3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة، أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 3

1 أ- بين أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و تحقق من أن $x + y - z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 1

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$ 1

2 ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

أ- بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) 0.5

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

ب- حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 7 + 2i$ و $b = 4 + 8i$ و $c = -2 + 5i$

1 أ- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i) = -9+3i$ و بين أن $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$ 0.75

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$ 1

2 ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d = 10 + 11i$ 0.75

ب- احسب $\frac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية . 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء وكرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1 نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين و كرتين خضراوين " 1.5
 B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

بين أن $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$

2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة . 0.25
أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2

ب- بين أن $P(X=1) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X 1.25

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

1 (1) تحقق من أن $5 - u_{n+1} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$ لكل n من \mathbb{N}^* و بين بالترجع أن $5 - u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}^*

(2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

0.75 أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من \mathbb{N}^*

1 ب- بين أن $v_n = n$ لكل n من \mathbb{N}^* و استنتج أن $u_n = 5 - \frac{5}{n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

0.25 ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الخامس (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm)

0.25 (1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجيميا يتم تحديد اتجاهه.

0.25 (2) أ- تحقق من أن $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ لكل x من \mathbb{R}

0.5 ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و أول هذه النتيجة هندسيا (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من \mathbb{N}^*)

0.75 (3) أ- بين أن $f'(x) = x(x-2)e^x$ لكل x من \mathbb{R}

1 ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 2]$

0.5 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R}

1 (4) أ- بين أن $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما

غير مطلوب .

1 ب- أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j})

0.5 (5) أ- بين أن $H : x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto x e^x$ على \mathbb{R} ثم احسب $\int_0^1 x e^x dx$

0.75 ب- باستعمال كاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$

0.5 ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين

معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2) \text{ cm}^2$

0.5 (6) استعمل المنحنى (C) لإعطاء عدد حلول المعادلة : $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$, $x \in \mathbb{R}$