prof: atmani najib	correction serie1: Les ensembles des nombres	Tronc commun S Bac international

Exercice1 : (correction)

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{112}-2\sqrt{7}+5\sqrt{28} \\ &= 3\sqrt{4^2\times 7}-2\sqrt{7}+\sqrt{2^2\times 7} \\ &= 12\sqrt{7}-2\sqrt{7}+10\sqrt{7} \\ &= (12-2+10)\sqrt{7} \\ &= 20\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 2\sqrt{32}-3\sqrt{18}-3\sqrt{50} \\ &= 2\sqrt{4^2\times 2}-3\sqrt{3^2\times 2}-3\sqrt{5^2\times 2} \\ &= 8\sqrt{2}-9\sqrt{2}-15\sqrt{2} \\ &= (8-9-15)\sqrt{2} \\ &= -16\sqrt{2} \end{aligned}$$

Exercice2: (correction)

$$\begin{aligned} A &= \frac{3\sqrt{360}-2\sqrt{180}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{6^2\times 10}-2\sqrt{6^2\times 5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{18\sqrt{10}-12\sqrt{5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{(18\sqrt{10}-12\sqrt{5})(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{10-2} \\ &= \frac{180+36\sqrt{5}-60\sqrt{2}-12\sqrt{10}}{8} \\ &= \frac{1}{2}(45+9\sqrt{5}-15\sqrt{2}-3\sqrt{10}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{33}}\times\frac{\sqrt{363}}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{33}}\times\frac{\sqrt{33\times 11}}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{2}-1} \\ &= \frac{2\sqrt{11}(\sqrt{2}+1)}{2-1} \\ &= 2\sqrt{11}(\sqrt{2}+1) \end{aligned}$$

Exercice3: (correction)

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{10-3\sqrt{11}}+\frac{1}{10+3\sqrt{11}}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{10+3\sqrt{11}}{100-99}+\frac{10-3\sqrt{11}}{100-99}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{10+3\sqrt{11}+10-3\sqrt{11}}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{20}}{20} \end{aligned}$$

Donc A est un irrationnel car $\sqrt{20}$ n'est pas un carré parfait.

Exercice4: (correction)

1. Vrai, puisque $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
2. Vrai, il peut l'être. $\frac{-6}{2}$ est un rationnel ($-3 = \frac{-6}{2}$) et il est entier.
3. Faux, il peut l'être. $\frac{5}{2}$ est un rationnel ($2,5 = \frac{5}{2}$) et il est un décimal.
4. Vrai, puisque $ID \subset \mathbb{Q}$.
5. Vrai, $\frac{1}{2}$ est un rationnel ($\frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$)et 2 est un entier naturel.
6. Vrai, $2,0$ est un décimal ($-2,0 = -2$) et -2 est un entier relatif.

Exercice5: (correction)

$$\begin{aligned}
A &= 4x^2 - 9 + 2(3 - 2x) \\
&= (2x)^2 - 3^2 + 2(3 - 2x) \\
&= (2x-3)(2x+3) - 2(2x-3) \\
&= (2x-3)(2x+3-2) \\
&= (2x-3)(2x+1) \\
B &= x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3(x-2) \\
&= x^3 - 2^3 + 4(x^2 - 2^2) - 3(x-2) \\
&= (x-2)(x^2 + 2x + 2^2) + 4(x-2)(x+2) - 3(x-2) \\
&= (x-2)(x^2 + 2x + 4 + 4(x+2) - 3) \\
&= (x-2)(x^2 + 6x + 9) \\
&= (x-2)(x+3)^2 \\
C &= 8x^3 + 1 - 2(1 - 4x^2) \\
&= (2x)^3 + 1^3 - 2(1^2 - (2x)^2) \\
&= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) - 2(1-2x)(1+2x) \\
&= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1 - 2(1-2x)) \\
&= (2x+1)(4x^2 + 2x - 1) \\
D &= x^5 + x^3 - x^2 - 1 \\
&= x^3(x^2+1) - (x^2+1) \\
&= (x^2+1)(x^3-1) \\
&= (x^2+1)(x-1)(x^2+x+1)
\end{aligned}$$

Exercice 6: (correction)

On sait que $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ donc

$$
\begin{aligned}
x^2 + y^2 &= (x+y)^2 - 2xy \\
&= (\sqrt{5})^2 - 2\times\frac{4}{5} \\
&= 5 - \frac{8}{5} \\
&= \frac{17}{5} \\
x^3 + y^3 &= (x+y)(x^2 + xy + y^2) \\
&= (\sqrt{5})(\frac{17}{5} + \frac{4}{5}) \\
&= \frac{21\sqrt{5}}{5} \\
x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 \\
&= (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 \\
&= (\frac{17}{5})^2 - 2(\frac{4}{5})^2 \\
&= \frac{289 - 32}{25} \\
&= \frac{257}{25}
\end{aligned}
$$