

Exercice 1 :

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de  $P(x)$  par le binôme  $x - a$  dans les cas suivants :

1.  $P(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1$  et  $x + 1$
2.  $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 5$  et  $x - 2$
3.  $P(x) = 4x^3 - 5x^2 + x - 5$  et  $x + \frac{3}{2}$

Exercice 2 :

Soit  $P(x)$  le polynôme défini par :  $P(x) = x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5x + 15$

1. Montrer que le nombre 3 est une racine de  $P(x)$
2. Déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :  $P(x) = (x - 3)Q(x)$

Exercice 3 :

On considère le polynôme :  $p(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

1. Calculer  $P(-3)$  puis déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :  $P(x) = (x + 3)Q(x)$
2. Sachant que  $|x| \leq 1$  montrer que :  $|2x^2 + x - 1| \leq 2$  et que  $|x + 3| \leq 4$  on déduit que  $|P(x)| \leq 8$

Exercice 4 :

On considère le polynôme  $P(x) = 2x^4 - ax + b$  avec  $a$  et  $b$  deux nombres réels .

1. Montrer que  $P(x)$  est divisible par  $(x - 2)$  si et seulement si  $2a - b = 2^5$
2. Supposons que  $2a - b = 2^5$ ,
  - a) déterminer le polynôme  $Q(x)$  tel que :  $P(x) = (x - 2)Q(x)$
  - b) Déterminer le réel  $a$  pour que  $Q(x)$  soit divisible par  $(x + 1)$
  - c) sachant que  $a = 10$ , déterminer le polynôme  $R(x)$  tel que  $Q(x) = (x + 1)R(x)$   
on déduit  $P(x)$  sous forme d'un produit de trois polynômes de degré supérieur ou égale 1.

Exercice 5 :

On considère le polynôme  $P(x) = x^2 - (a + b)x + ab$  avec  $a$  et  $b$  deux nombres réels.

1. Vérifier que  $a$  est une racine de  $P(x)$
2. déterminer le quotient de la division euclidienne de  $P(x)$  par  $(x - a)$ .
3. Déduire la deuxième racine de  $P(x)$ .
4. Application :  
déterminer les deux racines du polynôme :  $Q(x) = x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}$