

### درس الحساب السلمي

لتكن  $\vec{v}$  و  $\vec{u}$  متجهتين من الفضاء، و  $A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث نقط من الفضاء بحيث:  $\vec{v} = \vec{AC}$  و  $\vec{u} = \vec{AB}$

• إذا كانت  $\vec{v}$  و  $\vec{u}$  متجهتين غير منعدمتين فإن الجداء السلمي:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = AB \times AC \times \cos BAC$

• منظم المتجهة  $\vec{u}$  هو العدد الحقيقي الموجب:  $\|\vec{u}\| = \sqrt{u^2}$

• لتكن  $\vec{v}$  و  $\vec{u}$  متجهتين من الفضاء. نقول إن  $\vec{v}$  و  $\vec{u}$  متعامدان إذا فقط إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ، و نكتب:  $\vec{u} \perp \vec{v}$

**خاصية:** إذا كانت  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  و  $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$  متجهتين من الفضاء فإن:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$

• إذا كانت  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  فإن منظم المتجهة  $\vec{u}$  هو:  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

• لتكن  $A(x_A; y_A; z_A)$  و  $B(x_B; y_B; z_B)$  نقطتين من الفضاء

المسافة بين النقطتين  $A$  و  $B$  هي:  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

**تعريف:** المتجهة  $\vec{n}$  منظمه على المستوى  $(P)$  إذا فقط إذا كانت  $\vec{n}$  متعامدة مع متجهتين للمستوى  $(P)$

**خاصية:** لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و أعدادا حقيقية بحيث  $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء التي تحقق:  $ax + by + cz + d = 0$  هي

مستوى و المتجهة  $\vec{n}(a; b; c)$  متجهة منظمه عليه.

**خاصية:** ليكن  $(P)$  مستوى معادلته  $ax + by + cz + d = 0$  و  $A(x_A; y_A; z_A)$  نقطة من الفضاء. مسافة النقطة  $A$  عن المستوى  $(P)$  هي:

$$d(A; (P)) = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

**خاصية:** معادلة ديكراتية للفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(a; b; c)$  و شعاعها  $R$  ( $R > 0$ ) هي:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

و نكتب أيضا:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  حيث:  $d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$

**خاصية:** لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعدادا حقيقية بحيث  $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$  و  $S$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء التي تحقق المعادلة:

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

• إذا كان:  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$  فإن  $(S)$  فلكة مركزها هو النقطة  $\Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$  و شعاعها هو:  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}}{2}$

• إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d < 0$  فإن  $(S)$  هي المجموعة الفارغة.

• إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d = 0$  فإن  $(S)$  هي  $(S) = \left\{ \Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right) \right\}$

### تقاطع فلكة و مستقيم:

ليكن  $(D)$  مستقيما من الفضاء  $(S)$  فلكة هناك 3 حالات :

• الفلكة  $(S)$  و المستقيم  $(D)$  لهما نقطة وحيدة مشتركة هي  $A$ ، نقول إن المستقيم  $(D)$  مماس للفلكة  $(S)$  في النقطة  $A$ .

• الفلكة  $(S)$  و المستقيم  $(D)$  لهما نقطتان مشتركتان هما  $A$  و  $B$ ، نقول إن المستقيم  $(D)$  قاطع للفلكة  $(S)$ .

• الفلكة  $(S)$  و المستقيم  $(D)$  ليس لهما نقط مشتركة نقول إن المستقيم  $(D)$  يوجد خارج الفلكة  $(S)$ .

### تقاطع فلكة و مستوى:

لتكن  $(S)$  فلكة مركزها  $\Omega$  شعاعها  $R$  و  $(P)$  مستوى من الفضاء معرفا بمعادلة ديكراتية

عند دراسة الوضع النسبي نحسب المسافة:  $d = d(\Omega; (P))$  هناك 3 حالات

• إذا كان  $d(\Omega; (P)) = R$  فإن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$

• إذا كان  $d(\Omega; (P)) < R$  فإن المستوى  $(P)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق الدائرة  $(C)$  مركزها  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $\Omega$  على المستوى  $(P)$

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

• إذا كان  $d(\Omega; (P)) > R$  فإن المستوى  $(P)$  يوجد خارج الفلكة

**نتيجة:** معادلة ديكراتية لمستوى  $(P)$  مماس لفلكة  $(S)$  في نقطة معلومة  $A$  هو المستوى العمودي على المستقيم  $(A\Omega)$  في النقطة  $A$  أي

$$M \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{A\Omega} = 0$$