الهندسة

مذكرة رقم15 : ملخص لدرس: الهندسة الفضائية مع تمارين وأمثلة محلولة

الأهداف و القدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- موضوعات التلاقي، تحديد مستوى في الفضاء؛ - الأوضاع النسبية للمستقيمات و المستويات في الفضاء؛ - خاصيات التوازي و التقاطع؛ - التعامد: تعامد مستقيم ومستوى، تعامد مستويين؛ - خاصيات التعامد و التوازي؛	- تعرف وتمثيل أجزاء في الفضاء على المستوى. - إدراك حالات المماثلة وحالات اللامماثلة بين مفاهيم وخاصيات في المستوى ونظيراتها في الفضاء. - توظيف خاصيات الهندسة الفضائية في حل مسائل مستقاة من الواقع.	- انطلاقا من دراسة بعض الأشكال والمجسمات الاعتيادية من الفضاء ودراسة بعض المقاطع المستوية يتمكن التلاميذ من إبراز النتائج المتعلقة بالأوضاع النسبية للمستقيمات و المستويات في الفضاء (التوازي، التعامد، التقاطع) واستقراء التعاريف و الخاصيات المتعلقة بالتوازي والتعامد في الفضاء. - ينبغي الالتزام بالحد الأدنى الضروري من خاصيات الفضاء (الخاصيات و التعاريف و الموضوعات الأساسية). - ينبغي ضبط بعض التقنيات و القواعد التي تتحكم في رسم الأشكال الفضائية على المستوى (دور الخطوط المتصلة و الخطوط المتقطعة...). - يتعين الانتقال التدريجي من مستوى التجربة والملاحظة إلى مستوى البرهان الرياضي. - تعتبر جميع صيغ المساحات و الحجوم مقبولة في هذا المستوى. - يمكن الاستئناس في حدود المتوفر بالمؤسسات التعليمية، ببعض البرانم المعلوماتية المندمجة في الحاسوب لتحديد المقاطع المستوية لبعض المجسمات من الفضاء.

I. موضوعات الهندسة الفضائية: نرمز ب (E) إلى الفضاء.

- من نقطتين مختلفتين A و B من الفضاء (E) يمر مستقيم وحيد (AB).
- من ثلاث نقط غير مستقيمية من الفضاء (E) يمر مستوى وحيد يرمز له ب (ABC).
- إذا احتوى مستوى (P) من الفضاء (E) على نقطتين A و B فانه يتضمن المستقيم (AB).

يعني إذا كان $A\in(P)$ و $B\in(P)$ فان $(AB)\subset(P)$.

- إذا اشترك مستويان مختلفان من الفضاء (E) في نقطة A فإنهما يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يمر من A.

إذا كان $\left\{\begin{array}{l} A\in(P) \text{ و } A\in(Q) \\ (P)\neq(Q)\end{array}\right.$ فـــان $(P)\cap(Q)=(\Delta) / A\in(\Delta)$

- جميع خاصيات الهندسة الفضائية تبقى صحيحة في كل مستوى من الفضاء (E).

نتائج: يتحدد مستوى في الفضاء إما:

بثلاث نقط غير مستقيمية.

بمستقيم و نقطة لا تنتمي إليه.

← بمستقيمين متقاطعين.

← بمستقيمين متوازيين قطعا.

II. الأوضاع النسبية في الفضاء:

الأوضاع النسبية لمستقيمين: ليكن (D) و (Δ) مستقيمين من الفضاء (E) لدينا ثلاث وضعيات ممكنة:

- (D) و (Δ) متوازيان يعني $(D)\cap(\Delta)=\phi$
- (D) و (Δ) متقاطعان يعني $(D)\cap(\Delta)=\{I\}$
- (D) و (Δ) غير مستوائيان يعني (D) يخترق المستوى
- (P) الذي يضم المستقيم (Δ) في نقطة I لا تنتمي إلى (Δ).

1. الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى:

ليكن (D) مستقيما و (P) مستوى من الفضاء (E) لدينا حالات ممكنة:

- المستقيم (D) ضمن (P) ونكتب $(D)\subset(P)$
- المستقيم (D) خارج (P) ونكتب $(D)\cap(\Delta)=\phi$
- المستقيم (D) يخترق (P) ومنه $(D)\cap(\Delta)=\{I\}$

2. الأوضاع النسبية لمستويين من الفضاء:

ليكن (P) و (Q) مستويين مختلفين من الفضاء (E) لدينا حالتين:

(P) و (Q) منفصلان (متوازيان قطعا) أو (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم

III. التوازي في الفضاء:

1. توازي مستقيمين: يكون مستقيمان (D) و (D') متوازيين إذا و فقط إذا كانا مستوائيين منطبقان أو منفصلان و نكتب $(D)\parallel(D')$.

خاصيات و مبرهنات: كل مستقيمان متوازيان قطعا يحددان مستوى و حيد في الفضاء.

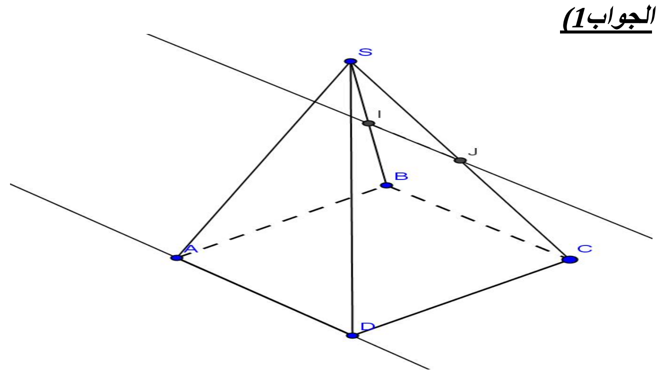
- أذا كان مستقيمان متوازيين فان أي مستقيم يوازي أحدهما يوازي الأخر و $(D')\parallel(\Delta)$ إذن $(D)\parallel(D')$

2. توازي مستقيم و مستوى: يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا كان (D) ضمن (P) أو كان (D) و (P) منفصلان $(P)\cap(Q)=\phi$ و نكتب $(D)\parallel(P)$.

خاصيات و مبرهنات: يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا وجد مستقيم (Δ) ضمن (P) يوازي المستقيم (D).

تمرين 1:
ليكن $SABCD$ هرما قاعدته متوازي الأضلاع $ABCD$
و لتكن I و J منتصفي القطعتين $[SB]$ و $[SC]$ على التوالي.
1) بين أن $(AD)\parallel(IJ)$
2) أثبت أن $(IJ)\parallel(ADS)$

الجواب(1)



في المثلث SBC لدينا: I منتصف $[SB]$ و J منتصف $[SC]$ اذن, $(IJ)\parallel(BC)$.
و لدينا $ABCD$ متوازي أضلاع اذن $(BC)\parallel(AD)$ و منه ان $(AD)\parallel(IJ)$ (1)
لدينا $A\in(ADS)$ و $D\in(ADS)$ إذن $(AD)\subset(ADS)$ (2)
من (1) و (2) نستنتج أن: $(IJ)\parallel(ADS)$

3. توازي مستويين: يكون مستويان (P) و (Q) متوازيين إذا و فقط إذا كانا منطبقين أو منفصلين و نكتب $(P)\parallel(Q)$.
$(P)\parallel(Q)$ تكافئ $(P)\cap(Q)=\phi$ أو $(P)=(Q)$.

خاصيات و مبرهنات: يكون مستويان من الفضاء متوازيين إذا وفقط إذا اشتمل أحدهما على مستقيمين متقاطعين و موازيين للأخر.

- إذا كان مستويان متوازيين فان أي مستوى يقطع أحدهما يقطع الأخر و يكون مستقيما تقاطعهما مع هذا المستوى متوازيين.
- إذا كان مستويان متوازيين فان أي مستقيم يخترق أحدهما يخترق الأخر.
- إذا اشتمل مستويان متقاطعان على مستقيمين متوازيين قطعا فان تقاطعهما يكون مستقيما موازيا اهذين المستقيمين (مبرهنة السقف).

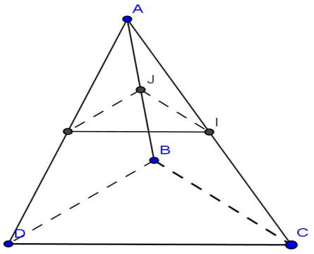
إذا كان $\begin{cases}(D)\subset(P)(D')\subset(P')\\(D')\parallel(D)\\(P)\cap(P')=(\Delta)\end{cases}$ فان $(D)\parallel(\Delta)\parallel(D')$

- إذا وازى مستويان مستوى ثالثا فإنهما يكونان متوازيين.

تمرين 2: ليكن $ABCD$ رباعي أوجه و لتكن I منتصف القطعة $[AC]$ و J منتصف القطعة $[AB]$ و K منتصف القطعة $[AD]$

1) أنشئ شكلا مناسبا.
2) بين أن $(IJK)\parallel(BCD)$

الجواب(1)



2) في المثلث ABC
لدينا I منتصف $[AC]$ و J
منتصف $[AB]$ اذن
$(IJ)\parallel(BC)$
و لدينا في المثلث ABD
: K منتصف $[AD]$ و J
منتصف $[AB]$ اذن $(JK)\parallel(BD)$
و لدينا : $(IJ)\parallel(BC)$ و $(BC)\subset(BCD)$ إذن $(IJ)\parallel(BCD)$ (1)
و لدينا : $(JK)\parallel(BD)$ و $(BD)\subset(BCD)$ إذن $(JK)\parallel(BCD)$ (2)
و لدينا : $(IJ)\cap(JK)=\{J\}$ (3)
و لدينا: $(IJ)\subset(IJK)$ و $(JK)\subset(IJK)$ (4)
إذن (1) و (2) و (3) و (4) نستنتج أن: $(IJK)\parallel(BCD)$

IV. التعامد في الفضاء:

1. تعامد مستقيمين:

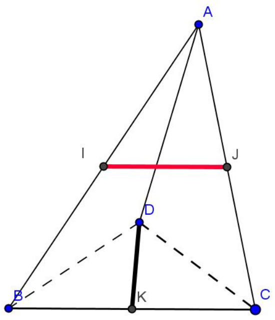
نقول بأن مستقيمين (D) و (Δ) من الفضاء متعامدان إذا و فقط إذا كان الموازيان لهما في أية نقطة من الفضاء متعامدين و نكتب: $(D)\perp(\Delta)$
$(D')\subset(P)$ و $(\Delta')\subset(P)$
$(D)\parallel(D')$ و $(\Delta)\parallel(\Delta')$
$(D')\perp(\Delta')$ يعني $(D)\perp(\Delta)$

خاصية: إذا كان مستقيمان متوازيان فان كل مستقيم متعامد مع أحدهما يكون متعامدا مع الأخر.

تمرين3: ليكن $ABCD$ رباعي أوجه حيث : $BD=DC$ و لتكن I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ و K منتصف القطعة $[BC]$

1) أنشئ شكلا مناسبا.
2) بين أن $(IJ)\perp(DK)$

الجواب(1)



في المثلث ABC لدينا I منتصف
$[AB]$ و J منتصف $[AC]$ اذن
$(IJ)\parallel(BC)$ (1)
و في المثلث BCD
لدينا $BD=DC$ و K منتصف
القطعة $[BC]$ اذن :
$(DK)\perp(BC)$ (2)
من (1) و (2) نستنتج أن: $(DK)\perp(IJ)$

2. المستقيمات و المستويات المتعامدة:

نقول بأن مستقيما (D) عمودي عل مستوى (P) إذا و فقط إذا كان متعامدا مع جميع مستقيمات المستوى (P) و نكتب: $(D)\perp(P)$

خاصيات و مبرهنات: يكون مستقيم (D) عموديا عل مستوى (P) إذا و فقط إذا كان متعامدا مع مستقيمين متقاطعين ضمن (P).

إذا كان مستقيمان متوازيين فان أي مستوى عمودي على أحدهما يكون عموديا على الأخر.

$(D)\perp(\Delta_2)$ و $(D)\perp(\Delta_1)$ ، $(\Delta_2)\subset(P)$ و $(\Delta_1)\subset(P)$

و منه $(D)\perp(P)$

■ **المستويات المتعامدة:** نقول بأن مستوى (P) على مستوى (Q) إذا تضمن أحدهما مستقيما عموديا على الأخر و نكتب: $(D)\perp(Q)$

خاصيات و مبرهنات:

• إذا كان مستقيم (D) عموديا على مستوى (P) فان كل مستوى مار من (D) يكون عموديا على (P).

• إذا كان مستوى (P) عموديا على مستوى (Q) فان كل مستقيم ضمن أحدهما عمودي على مستقيم التقاطع يكون عموديا على الأخر.

• إذا كان مستوى عموديا على مستويين متقاطعين فان هذا المستوى يكون عموديا على مستقيم التقاطع.

تمرين4: ليكن $ABCD$ شبه منحرف قطراه $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في I . لتكن S نقطة من الفضاء لا تنتمي إلى المستوى (ABC) بحيث يكون $(SI)\perp(ABC)$

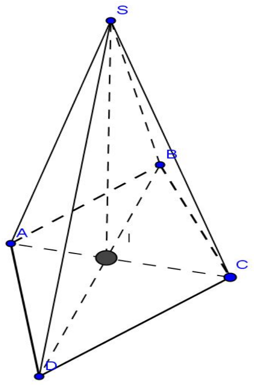
1) حدد تقاطع المستويين (SAC) و (SBD) وحدد تقاطع المستويين (SAB) و (SDC) .

2) تحقق أن $(SI)\perp(AB)$ وبين أن المستويين (SAC) و (ABC) متعامدان.

3) نفترض أن المثلث ABC قائم الزاوية في B و أن $SI=3$

$BC=\frac{1}{4}$, $AB=2$, $CD=3$.

أحسب حجم الهرم $SABCD$



الجواب:

1)أ) لدينا $(SAC)\neq(SBD)$ لأن النقط S ، A ، B ، C و D غير مستوائية.

لدينا: $S\in(SAC)$

و $S\in(SBD)$

و لدينا $I\in(AC)$ و $(AC)\subset(SAC)$ إذن $I\in(SAC)$

و لدينا $I\in(BD)$ و $(BD)\subset(SBD)$ إذن $I\in(SBD)$

إذن المستويان (SAC) و (SBD) يشتركان في النقطتين S و I .

إذن $(SAC)\cap(SBD)=(IS)$

ب) لدينا $S\in(SAB)$ و $S\in(SDC)$

و لدينا $(AB)\subset(SAB)$ و $(DC)\subset(SDC)$ و $(DC)\|(AB)$.

إذن (SAB) و (SDC) يتقاطعان في مستقيم يمر من S و يوازي المستقيمين (AB) و (DC) . حسب مبرهنة السقف.

2)أ) لدينا $(SI)\perp(ABC)$ و $(AB)\subset(ABC)$.

إذن $(SI)\perp(AB)$

ب) لدينا $(SI)\subset(SAC)$ و $(SI)\perp(AC)$

إذن $(SI)\perp(ABC)$ و منه فان $(ABC)\perp(SAC)$

3) $((AB)\perp(BC))$ و منه مساحة شبه المنحرف $ABCD$

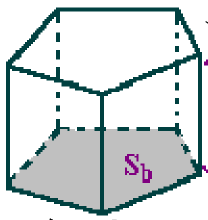
هي: $S=\frac{(DC+AB)\times BC}{2}=\frac{(3+2)\times\frac{1}{4}}{2}=\frac{5}{8}$

(لأن ارتفاعه هو BC) ومنه حجم الهرم $SABCD$ هو: $V=\frac{1}{3}\cdot S\times(SI)$

أي: $V=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{8}\right)\cdot 3=\frac{5}{8}$

I. **المساحة و الحجم:** مساحات و حجوم بعض المجسمات الاعتيادية: الموشور القائم, متوازي المستطيلات, المكعب, الهرم رباعي الأوجه المنتظم و المخروط الدوراني:

الموشور القائم



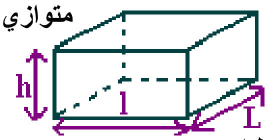
ليكن h ارتفاع الموشور و l محيط قاعدته و S_b مساحة قاعدته.

المساحة الجانبية: $S_l=l\times h$

المساحة الكلية: $S_T=l\times h+2S_b$

الحجم: $V=S_b\times h$

متوازي المستطيلات



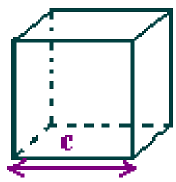
ليكن L و l و h على التوالي طول و عرض و ارتفاع متوازي المستطيلات.

المساحة الجانبية: $S_l=2(l+L)\times h$

المساحة الكلية: $S_T=2(l+L)\times h+2l\times L$

الحجم: $V=L\times l\times h$

المكعب.



ليكن a طول حرف المكعب.

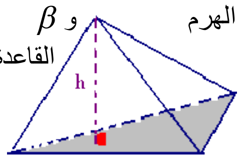
المساحة الجانبية: $S_l=4a^2$

المساحة الكلية: $S_T=6a^2$

الحجم: $V=a^3$

الهرم

h ارتفاع الهرم و β مساحة القاعدة.



الحجم: $V=\frac{1}{3}\beta\times h$

رباعي الأوجه المنتظم

ليكن a طول ضلع رباعي الأوجه المنتظم.

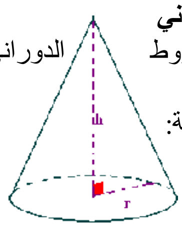
المساحة الجانبية: $S_l=\frac{1}{2}l\times h$

الحجم: $V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

المخروط الدوراني

h ارتفاع المخروط الدوراني و $e=SH$.

المساحة الجانبية:



$S_l=\pi R\times h$

الحجم: $V=\frac{\pi R^2\times h}{3}$

تمرين 5: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا في الفضاء.

لتكن I و J منتصفي القطعتين $[BC]$ و $[FG]$ على التوالي.

1) بين أن $(IJ)\|(HFB)$

2) بين أن $(HFB)\cap(EJ)=(PQ)$

حيث $(HF)\cap(EJ)=\{P\}$

و $(AI)\cap(BD)=\{Q\}$

3) بين أن $(PQ)\|(FB)$

الجواب(1): لدينا I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[FG]$ و
لدينا $(IJ)\parallel(BF)$ و بما أن $(BF)\subset(HFB)$ فان $(IJ)\parallel(HFB)$ و
هذا هو المطلوب.
2) لدينا $(EJ)\subset(EIJ)$ و $(AI)\subset(EIJ)$ (لأن $(AE)\parallel(IJ)$) و منه النقط A , I , E و J نقط استوائية)
إذن $P\in(EIJ)$ و $Q\in(EIJ)$ ($Q\in(AI)$ و $P\in(EJ)$) و هذا يعني أن $(PQ)\subset(EIJ)$ (1) من جهة أخرى لدينا $(HF)\subset(HFB)$ و $(BD)\subset(HFD)$ (لأن $(DH)\parallel(BF)$ ومنه النقط D , H و F مستوائية).
إذن $P\in(HFD)$ و $Q\in(HFD)$ و هذا يعني أن
$(PQ)\subset(HFD)$ (2) بما أن $(HFD)\neq(EIJ)$ فان (من (1) و (2))
$(HFD)\cap(EIJ)=(PQ)$
3) لدينا $(BF)\parallel(IJ)$ و $(IJ)\subset(EIJ)$ و $(BF)\subset(HFD)$
و $(HFD)\cap(EIJ)=(PQ)$ إذن $(PQ)\parallel(FB)$.

تمرين 6: ليكن $ABCD$ رباعي أوجه و لتكن I منتصف القطعة $[BC]$
و B' مماثلة B بالنسبة للنقطة D.
2) أنشئ شكلا مناسبا.
3) بين أن $(CB')\parallel(AID)$
4) حدد تقاطع المستويين (AID) و $(AB'C)$.

الجواب(1):
2) لدينا ن I منتصف القطعة $[BC]$ و B' مماثلة B بالنسبة للنقطة D.
إذن D منتصف $[BB']$
و منه $(ID)\parallel(B'C)$ و لدينا $(ID)\subset(AID)$
إذن $(CB')\parallel(AID)$
3) لدينا $A\in(AID)$ و $A\in(AB'C)$ و $(AID)\neq(AB'C)$
إذن المستويين (AID) و $(AB'C)$ يتقاطعان في مستقيم يمر من A .
و بما أن $(ID)\subset(AID)$ و $(B'C)\subset(AB'C)$.
و أن $(B'C)\parallel(ID)$
فان المستويين (AID) و $(AB'C)$ يتقاطعان في مستقيم يمر من A و يوازي $(B'C)$ و (ID).

تمرين 7: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا .
لتكن I , J و K منتصفات القطع $[AB], [EF]$ و $[GH]$ على التوالي.
1) بين أن النقط B , C , J و K مستوائية.
2) بين أن I , B , H و K مستوائية.
3) بين أن $(IH)\parallel(KB)$.
4) استنتج أن $(IH)\parallel(JKC)$.

الجواب:
1) في المربع $EFGH$ لدينا I منتصف $[AB]$ و K منتصف $[GH]$ إذن $(EH)\parallel(JK)\parallel(FG)$
و نعلم أن $(FG)\parallel(BC)$ إذن $(JK)\parallel(BC)$
و منه فان النقط B , C , J و K مستوائية.
2) لدينا $(AB)\parallel(EF)$ و $(EF)\parallel(HG)$ إذن $(AB)\parallel(HG)$ و منه فان النقط A , B , G و H مستوائية.
و لدينا $I\in[AB]$ و $K\in[HG]$.
إذن النقط I , B , H و K مستوائية.
3) $AB=HG$ و I منتصف $[AB]$ و K منتصف $[GH]$ إذن $IB=HK$.
و نعلم أن $(IB)\parallel(HK)$
إذن الرباعي $IBKH$ متوازي أضلاع و منه فان $(IH)\parallel(KB)$
4) لدينا النقط B , C و I مستوائية.
و لدينا $(BK)\subset(JCK)$ و $(IH)\parallel(BK)$
إذن $(IH)\parallel(JKC)$.

تمرين 8: ليكن $ABCDA'B'C'D'$ متوازي مستطيلات.
و لتكن O و O' مركزي المستطيلين $ABCD$ و $A'B'C'D'$ على التوالي.
1) أنشئ شكلا مناسبا.
2) بين أن النقط A , A' , C و C' مستوائية.
بين أن B , B' , D و D' مستوائية.
3) بين أن $(AA'C)\cap(BB'D)=(OO')$
4) بين أن $(BB')\parallel(AA')\parallel(OO')$ و $(DD')\parallel(CC')\parallel(OO')$.

الجواب(1):
2) في المستطيل $AA'B'B$ لدينا $(AA')\parallel(BB')$ (1)
في المستطيل $BB'CC'$ لدينا $(BB')\parallel(CC')$ (2)
من (1) و (2) نستنتج أن $(AA')\parallel(CC')$
و منه فان النقط A , A' , C و C' مستوائية.
و بنفس الطريقة نبين أن: $(BB')\parallel(DD')$ و منه فان النقط B , B' , D و D' مستوائية.
3) لدينا O مركز المستطيل $ABCD$ إذن $O\in(BD)$ و
منه $O\in(BB'D)$ و O' مركز المستطيل $A'B'C'D'$ إذن $O'\in(B'D')$ و
منه $O'\in(BB'D)$
اذن $(OO')\subset(BB'D)$ (α)
لدينا O مركز المستطيل $ABCD$ اذن $O\in(AC)$ و منه $O\in(AA'C)$
و O' مركز المستطيل $A'B'C'D'$ إذن $O'\in(A'C')$ و
منه $O'\in(AA'C')$
إذن $(OO')\subset(AA'C)$ (β)
و لدينا $(AA'C)\neq(BB'D)$ (A , A' , B , B' , C و D نقط غير مستوائية).
و منه (α) و (β) نستنتج أن: $(AA'C)\cap(BB'D)=(OO')$ هذا هو المطلوب
4) لدينا $(BB')\parallel(AA')$ و $(AA')\subset(AA'C)$ و $(BB')\subset(BB'D)$
و $(AA'C)\cap(BB'D)=(OO')$
إذن $(OO')\parallel(AA')\parallel(BB')$
و بنفس الطريقة:
$(DD')\parallel(CC'')$ و $(DD')\subset(BB'D)$ و $(CC')\subset(ACC')$
و $(ACC')\cap(BB'D)=(OO')$
إذن $(DD')\parallel(CC')\parallel(OO')$.

تمرين 9: ليكن $ABCD$ مربعا و E نقطة من الفضاء حيث:
$(AE)\parallel(ABC)$
النقط I , J و K منتصفات القطع $[EB], [AB]$ و $[DC]$
1) بين أن $(IJ)\parallel(ADE)$.

بين أن $(IJK)\parallel(ADE)$.

2) بين أن $(JK)\parallel(ABE)$.

3) حدد تقاطع المستويين (ABE) و (AIK).

الجواب:1) لدينا في المثلث ABE

I منتصف $[EB]$ و J منتصف $[AB]$ اذن $(IJ)\parallel(AE)$

و لدينا $(AE)\subset(ADE)$

إذن $(IJ)\parallel(ADE)$ (1)

و منه المطلوب.

لدينا K منتصف $[DC]$

إذن $(JK)\parallel(AD)\parallel(BC)$

و $(AD)\subset(ADE)$ اذن $(JK)\parallel(ADE)$ (2)

إذن(1) و(2) نستنتج أن: $(JIK)\parallel(ADE)$

و منه المطلوب.

2)لدينا $(AE)\perp(ABC)$

و $(JK)\subset(ABC)$ إذن $(AE)\perp(JK)$

و لدينا $(JK)\parallel(AD)$ و $(AD)\perp(AB)$

إذن $(JK)\parallel(AB)$

و منه فان (JK) عمودي على مستقيمين متقاطعين هما (AB) و (AE)

ضمن المستوى (ABE)

إذن $(JK)\perp(ABE)$

3)لدينا $(AIK)\neq(ABE)$ $(E\notin(ABC))$

لدينا $A\in(ABE)$ و $A\in(AIK)$

و $(EB)\subset(ABE)$ إذن $I\in(ABE)$ (لأن $I\in(EB)$)

لدينا $I\in(AIK)$

و منه $(AIK)\cap(ABE)=(AI)$.

انتهى الدرس

ملاحظات عامة حول الدرس

تمارين للبحث

تمرين 1: ليكن $ABCD$ و $ABEF$ مربعان بحيث (AD) عمودي على (AF).

لتكن I و J مركزي المربعين $ABCD$ و $ABEF$ على التوالي. H المسقط العمودي للنقطة I على المستقيم (AB)

4) بين أن $(AD)\perp(ABE)$

استنتج أن $(IH)\perp(ABE)$

5) حدد تقاطع المستويين (ACE) و (BDF).

6) بين أن $(IJH)\parallel(BCE)$.

7) أحسب بدلالة a $(a=AD)$ حجم رباعي الأوجه $IAJB$.

تمرين 2: ليكن $ADIB$ رباعي أوجه بحيث يكون (AD) عموديا على المستوى (DIB) و لتكن E و F منتصفي القطعتين $[DI]$ و $[DB]$ على التوالي

1) بين أن $(IB)\parallel(AEF)$.

2) حدد تقاطع المستويين (AIB) و (AEF).

3) حدد تقاطع المستويين (ABE) و (AIF).

4) بين أن $(EB)\perp(AD)$.

تمرين 3: ليكن $ABCD$ رباعي أوجه بحيث يكون (AB) عموديا على المستوى (BCD) و $CB=CD$ أنظر الشكل. لتكن I و J منتصفي القطعتين $[AD]$ و $[BD]$ على التوالي

1) حدد تقاطع المستويين (ABD) و (CIJ).

2) بين أن $(IJ)\parallel(ABC)$.

حدد تقاطع المستويين (ABC) و (CIJ).

3) بين أن $(CJ)\perp(ABD)$.وحدد طبيعة المثلث CIJ.

تمرين 4: ليكن $ABCDE$ هرما بحيث ADC مثلث قائم الزاوية في D و الرباعي $BCDE$ مربع (أنظر الشكل).

4) حدد المستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ACD) و(ABE) .

5) حدد المستقيم (Δ') تقاطع المستويين (AED) و(ABC) .

6) بين أن $(P)\perp(EBC)$.

7) ليكن (P) المستوى المحدد بالمستقيمين (Δ) و (Δ')

أ) بين أن $(P)\parallel(EBC)$.

ب) استنتج أن $(P)\parallel(AED)$.

تمرين 5: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا.

1) بين أن: $(EF)\parallel(ABH)$

2) بين أن $(ABH)\perp(CEF)$.

3) لتكن I منتصف القطعة $[BF]$. أثبت أن المستقيم (IH) يخترق المستوى (ABC).

4) ليكن $2cm$ طول الحرف المكعب $ABCDEFGH$, أحسب ب cm^3 حجم الهرم الذي رأسه I و قاعدته $ABCD$.