

درس الاشتقاق:

متصلة في x_0 .

خاصية: لتكن f و g دالتين معرفتين على التوالي على

مجالين I و J بحيث: $f(I) \subset J$, و x_0 عنصر من I .

■ إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق في x_0 , و g قابلة للاشتقاق

في $f(x_0)$, فإن الدالة $g \circ f$ قابلة للاشتقاق في x_0

و لدينا: $(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0)) \times f'(x_0)$.

■ إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على المجال I , و g قابلة للاشتقاق

على المجال $f(I)$, فإن الدالة $g \circ f$ قابلة للاشتقاق على المجال I

و لدينا: $(\forall x \in I); (g \circ f)'(x) = (g' \circ f)(x) \times f'(x)$

خاصية: لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على مجال I

• f تزايدية على مجال I يعني $f'(x) \geq 0$ $\forall x \in I$

• f تناقصية على مجال I يعني $f'(x) \leq 0$ $\forall x \in I$

• f ثابتة على مجال I يعني $f'(x) = 0$ $\forall x \in I$

متطابقات هامة:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{و} \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad \text{و} \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0)) \times f'(x_0)$$

$$(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(\forall y \in f(I)); (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

• نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق في x_0 , إذا وجد عدد حقيقي l بحيث

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l = f'(x_0)$$

• معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة f في النقطة $A(x_0; f(x_0))$

$$\text{هي: } y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

• تكون دالة قابلة للاشتقاق في x_0 إذا كانت:

○ قابلة للاشتقاق على اليمين في x_0

○ قابلة للاشتقاق على اليسار في x_0

$$\text{○ } f'_g(x_0) = f'_d(x_0)$$

ملاحظة 2: إذا أردنا دراسة اشتقاق دالة على يمين أو يسار نقطة ووجدنا

$$\text{مثلا: } \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \pm \infty$$

فإننا نقول إن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0

ومبينايا منحنى الدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A(x_0; f(x_0))$

بوازي محور الأرتايب موجه نحو الأعلى أو الأسفل حسب إشارة \pm أو \mp

1) إذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند x_0

ولكن: $f'_d(x_0) \neq f'_g(x_0)$ فإن f غير قابلة للاشتقاق عند x_0

مبينايا نقول ان: (C) يقبل نصف مماس على اليمين واليسار عند x_0 .

على معادلة نصف المماس (Δ_d) : $y = f(x_0) + f'_d(x_0)(x - x_0)$

اليمين و (Δ_g) : $y = f'_g(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

معادلة نصف المماس على اليسار

و النقطة $A(x_0; f(x_0))$ تسمى نقطة مزواة

خاصية: إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة x_0 فإنها

الدالة f	الدالة f'	الدالة f	الدالة f'	الدالة f	الدالة f'
$a; (a \in \mathbb{R})$	0	$ax + b$	a	$ax + b$	0
x	1	e^x	e^x	e^x	e^x
$x^n; n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$	nx^{n-1}	e^u	$u'e^u$	e^u	$u'e^u$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	a^x	$(\ln a)a^x$	a^x	$(\ln a)a^x$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sqrt[n]{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{n(\sqrt[n]{u(x)})^{n-1}}$	$\sqrt[n]{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{n(\sqrt[n]{u(x)})^{n-1}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\ln x$	$(\ln')'(x) = \frac{1}{x}$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\ln u(x) $	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x) $	$\frac{u'(x)}{u(x)}$