



الهندسة

مذكرة رقم 3 : ملخص لدرس: الإسقاط مع تماثل ومائلة معلولة

الأهداف والقدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- الإسقاط على مستقيم، الإسقاط العمودي، الإسقاط على محور؛ - مبرهنة طاليس المباشرة ومبرهنة طاليس العكسية؛ - الحفاظ على معامل استقامية متجهتين.	- الترجمة المتجهية لمبرهنة طاليس.	- ينبغي تجنب أي بناء نظري لمفهوم الإسقاط. - يتم التذكير بمبرهنة طاليس المباشرة ومبرهنة طاليس العكسية ثم تقديم خاصية حفاظ الإسقاط على معامل استقامية متجهتين من خلال أنشطة.

2 - مبرهنة طاليس العكسية

خاصية: ABC مثلث . M نقطة من $[AB]$ و N نقطة من $[AC]$ بحيث: النقط $B; M; A$ و النقط $C; N; A$ لها نفس الترتيب

إذا كان: $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ فإن: $(BC) \parallel (MN)$

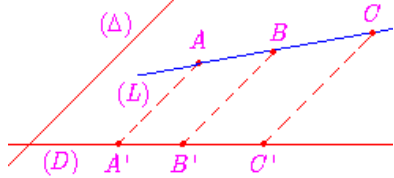
3 - مبرهنة طاليس المباشرة بالإسقاط

خاصية: نعتبر: $P = P_{(D;\Delta)}$

(L) مستقيم ضمن المستوى لا يوازي (Δ)
A و B نقطتان مختلفتان من (L)
إذا كانت C نقطة من (L) بحيث:

$P(A) = A'$ و $P(B) = B'$ و $P(C) = C'$

فإن: $\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$



4- معامل استقامية متجهتين

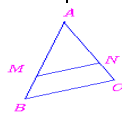
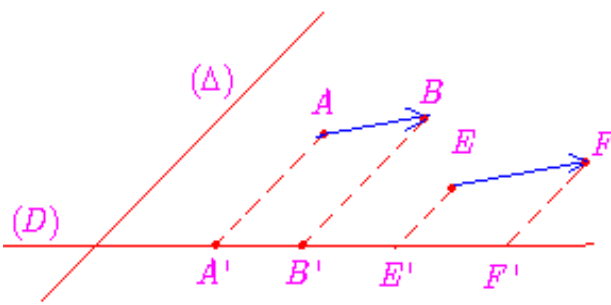
نعتبر: $P = P_{(D;\Delta)}$

خاصية: إذا كان: $\overline{AB} = k\overline{EF}$

و: $P(A) = A'$ ؛ $P(B) = B'$

و: $P(E) = E'$ ؛ $P(F) = F'$

فإن: $\overline{A'B'} = k\overline{E'F'}$



I - الإسقاط على مستقيم بتواز مع مستقيم آخر

تعريف:

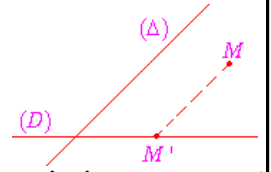
(D) و (Delta) مستقيمان متقاطعان

M نقطة من المستوى

و M' نقطة بحيث:

$M' \in (D)$ و $(MM') \parallel (\Delta)$

M' تسمى مسقط M على (D) بتواز مع (Delta)



نرمز: $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$ أو $P(M) = M'$

ملاحظة: أ- $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$ يكافئ $(MM') \parallel (\Delta)$ و $M' \in (D)$

ب- إذا كان: $A \in (D)$ فإن: $P_{(D;\Delta)}(A) = A$

مثال: ABC مثلث و E نقطة من (AC) و F نقطة من (AB)

بحيث: $(BC) \parallel (EF)$

ماذا يمكن استنتاجه

II - الإسقاط العمودي

إذا كان: $(D) \perp (\Delta)$ و $M = M'$

فإن: M' تسمى المسقط العمودي

للنقطة M على (D)



نرمز: $P_{(D)}(M) = M'$

III (مبرهنة طاليس

1- مبرهنة طاليس المباشرة

خاصية: ABC مثلث و M نقطة من [AB] و N نقطة من [AC]

إذا كان: $(BC) \parallel (MN)$ فإن: $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

خاصية: $(BC) \parallel (MN)$ و $(BM) \cap (CN) = \{A\}$

يوجد $k \in \mathbb{R}$ بحيث: $\overline{BC} = k\overline{MN}$; $\overline{AB} = k\overline{AM}$; $\overline{AC} = k\overline{AN}$

الجواب: " نستعمل خاصية 1 " ؛ $\frac{BC}{MN} = k$ ؛ إذن: $AB = kAM$

و \overline{AM} و \overline{AB} لهما نفس المنحى نفس الاتجاه

تمرين 1: متوازي الضلع $ABCD$ متوازي الضلع
 M منتصف $[BC]$ و F منتصف $[DC]$

$$(MF) \cap (AD) = \{E\}$$

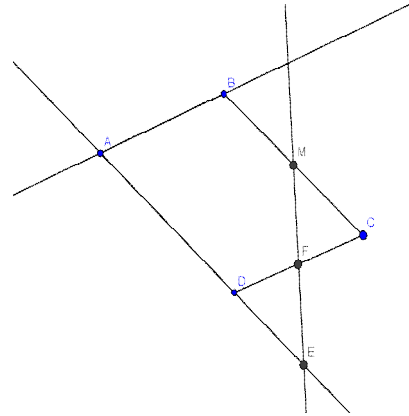
بين أن $\frac{FE}{FM} = \frac{MB}{MC}$ وماذا تستنتج

الجواب: نعتبر المثلث CFM و لدينا $(DE) \parallel (MC)$

اذن حسب خاصية طاليس فان: $\frac{FE}{FM} = \frac{FD}{FC}$

ولدينا $\frac{FD}{FC} = 1$ لأن F منتصف $[DC]$

اذن $\frac{FE}{FM} = 1$ ومنه F منتصف $[DM]$



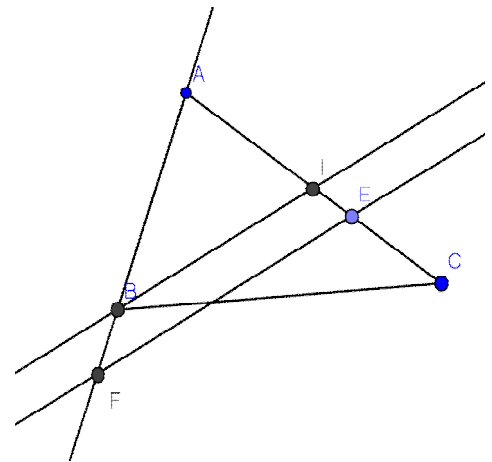
تمرين 2: (معامل استقامية متجهتين)

ABC مثلث و I منتصف $[AC]$ و E نقطة من (AC)

بحيث: $\overline{IE} = \frac{1}{3}\overline{IC}$ و $P_{((AB);(IB))}(E) = F$

أرسم شكلا و بين أن: $\overline{BF} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

الجواب:



انتهى الدرس

ملاحظات عامة حول الدرس:

لدينا: $\overline{IE} = \frac{1}{3}\overline{IC}$ و I منتصف $[AC]$

يعني $\overline{AI} = \overline{IC}$ اذن: $\overline{IE} = \frac{1}{3}\overline{AI}$

ولدينا: $P_{((AB);(IB))}(E) = F$

و $P_{((AB);(IB))}(A) = A$ و $P_{((AB);(IB))}(I) = B$

وبما أن الإسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين

فان: $\overline{BF} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

تمرين 3: (معامل استقامية متجهتين)

ABC مثلث و I منتصف $[AC]$ و E نقطة بحيث:

$\overline{BC} = 4\overline{BE}$. المستقيم المار من E

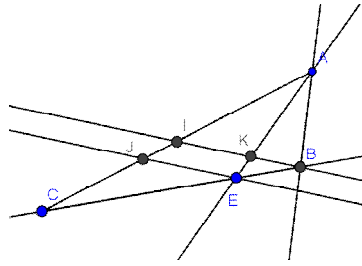
و الموازي ل (IB) يقطع (AC) في النقطة J

1- بين أن: $\overline{IC} = 4\overline{IJ}$ ثم استنتج ان: $\overline{AJ} = 5\overline{IJ}$

2- $\overline{AE} = 5\overline{KE}$ بين أن: $(IB) \cap (AE) = \{K\}$

الجواب: (1) نعتبر: $P_{((AC);(IB))}$ الإسقاط على (AC)

بتواز مع (IB)



لدينا: $\overline{BC} = 4\overline{BE}$

ولدينا: $P_{((AC);(IB))}(B) = I$ و $P_{((AC);(IB))}(E) = J$

و $P_{((AC);(IB))}(C) = C$

وبما أن الإسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين

فان: $\overline{IC} = 4\overline{IJ}$

الاستنتاج: لدينا $\overline{AJ} = \overline{AI} + \overline{IJ}$

ونعلم أن I منتصف $[AC]$ اذن يعني $\overline{AI} = \overline{IC}$

اذن $\overline{AJ} = \overline{AI} + \overline{IJ} = \overline{IC} + \overline{IJ} = 4\overline{IJ} + \overline{IJ} = 5\overline{IJ}$

(2) نعتبر: $P_{((AE);(IB))}$ الإسقاط على (AE) بتواز مع (IB)

لدينا: $\overline{AJ} = 5\overline{IJ}$ و لدينا: $P_{((AE);(IB))}(A) = A$

و $P_{((AE);(IB))}(J) = E$ و $P_{((AE);(IB))}(I) = K$

وبما أن الإسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين

فان: $\overline{AE} = 5\overline{KE}$