



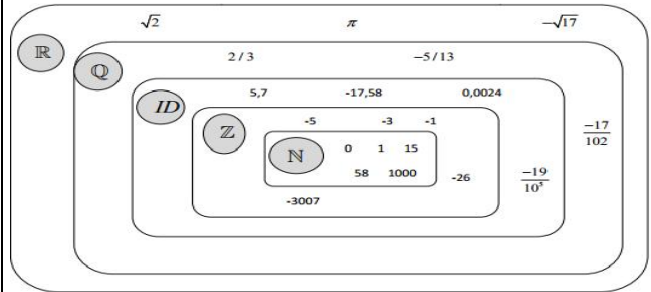
## الجبر

### مذكرة رقم 4 في مجموعات الأعداد والعمليات مع تمارين وأمثلة محلولة

#### الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :

توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	محتوى البرنامج
<p>- يتم توليف مختلف المعارف المكتسبة حول الأعداد ثم إدخال الرموز الخاصة بمجموعات هذه الأعداد والتمييز بينها.</p> <p>- انطلاقا من أنشطة وتمارين، يقدم الجذر المربع لعدد صحيح طبيعي الذي ليس مربعا كاملا، كمثال لعدد لاجذري.</p> <p>- انطلاقا من أنشطة، يتم التذكير بخصائص العمليات في المجموعة <math>\mathbb{N}</math> وبمختلف المتطابقات الهامة التي ينبغي تدعيمها بالمتطابقتين <math>a^3 - b^3</math> و <math>a^3 + b^3</math>.</p> <p>- إخصائص وتقنيات العمليات في <math>\mathbb{N}</math> يجب صيانتها وتدعيمها كلما سنحت الفرصة، وفي مختلف فصول المقرر.</p>	<p>- إدراك العلاقات بين الأعداد والتمييز بين مختلف مجموعات الأعداد؛</p> <p>- تحديد كتابة مناسبة لتعبير جبري حسب الوضعية المدروسة.</p>	<p>- كتابة وترميز؛</p> <p>- أمثلة من أعداد لاجذرية؛</p> <p>- العمليات في <math>\mathbb{N}</math> وخصائصها؛</p> <p>- القوى وخصائصها؛ قوى العدد 10، الكتابة العلمية لعدد عشري؛</p> <p>- المتطابقات: <math>(a+b)^2</math> و <math>(a-b)^2</math> و <math>a^2 - b^2</math> و <math>a^3 - b^3</math> و <math>a^3 + b^3</math>؛</p> <p>- النشر والتعميل</p>

#### أنشطة



#### I. المجموعات $\mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{D}, \mathbb{Z}, \mathbb{N}$

• الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز  $\mathbb{N}$  و نكتب:

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$$

• الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز  $\mathbb{Z}$

و نكتب:  $\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

• الأعداد العشرية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز  $\mathbb{D}$

• الأعداد الجذرية أي الأعداد التي نكتب على الشكل  $\frac{a}{b}$  حيث:

$a \in \mathbb{Z}$  و  $b \in \mathbb{N}^*$ , تكون مجموعة نرمز لها بالرمز  $\mathbb{Q}$ .

• الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز  $\mathbb{R}$ .

أمثلة : استعمال الرموز:  $\in; \notin; \subset; \supset$

• العدد -7 هو عنصر من  $\mathbb{Z}$  نكتب  $-7 \in \mathbb{Z}$  نقرا: "-7 ينتمي الى  $\mathbb{Z}$ " في حين -7 لا ينتمي الى  $\mathbb{N}$  و نكتب  $-7 \notin \mathbb{N}$

• لدينا  $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$  و  $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$  و ذلك لأنه لا يمكن كتابة  $\frac{2}{3}$  على الشكل  $\frac{a}{10^n}$

حيث  $a \in \mathbb{Z}$  و  $n \in \mathbb{N}$ .

•  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$  لكن  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  لأنه لا يمكن ايجاد عددين صحيحين  $a$  و  $b$

بحيث  $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$  و  $b$  غير منعدم.

• كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي. نقول ان المجموعة  $\mathbb{N}$  توجد ضمن  $\mathbb{Z}$  و نكتب  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

• ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي. نقول ان المجموعة  $\mathbb{D}$  ليست ضمن  $\mathbb{Z}$  و نكتب  $\mathbb{D} \not\subset \mathbb{Z}$ .

لأي هناك عنصر من  $\mathbb{D}$  لا تنتمي الى  $\mathbb{Z}$ . كذلك: كل عنصر من  $\mathbb{D}$  هو عنصر من  $\mathbb{Q}$ :  $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

و كل عنصر من  $\mathbb{Q}$  هو عنصر من  $\mathbb{R}$ :  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

لدينا اذن:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

**تمرين 1:** باستعمال الرموز:  $\in; \notin; \subset; \supset$  املأ الفراغات التالية:  $\mathbb{Z} \dots 6$  و

$\frac{2}{3} \dots \mathbb{Q}$  و  $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$  و  $\sqrt{2} \dots \mathbb{R}$  و  $\mathbb{Q} \dots \mathbb{R}$  و  $\mathbb{N} \dots \mathbb{Q}$  و  $\mathbb{R}^+ \dots \frac{2}{3}$

و  $\frac{2}{3} \dots \mathbb{N}$  و  $\frac{6}{2} \dots \mathbb{N}$  و  $\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{N}$  و  $\mathbb{Q} \dots \mathbb{Z}$  و  $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$  و  $\pi \dots \mathbb{Z}$  و

$0 \dots \mathbb{Q}^*$  و  $0 \dots \mathbb{Q}^{**}$  و  $0 \dots \mathbb{R}^*$  و  $\sqrt{16} \dots \mathbb{N}$

$\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$  و  $\{1; 3; -8\} \dots \mathbb{N}$

**الجواب:**  $6 \in \mathbb{Z}$  و  $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$  و  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  و  $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$  و  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  و

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$  و  $-\frac{2}{3} \notin \mathbb{R}^+$  و  $\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$  و  $\frac{6}{2} \in \mathbb{N}$  و  $\frac{\sqrt{100}}{5} \in \mathbb{N}$  و

$\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}$  و  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$  و  $\pi \notin \mathbb{Z}$  و  $0 \notin \mathbb{Q}^*$  و  $0 \notin \mathbb{Q}^{**}$  و  $-\frac{7}{3} \notin \mathbb{Q}^*$

$\sqrt{16} \in \mathbb{N}$  و  $0 \notin \mathbb{R}^*$  و  $\{1; 3; -8\} \not\subset \mathbb{N}$  و  $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$

#### II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

الجمع في  $\mathbb{R}$ :  $a, b$  و  $c$  أعداد حقيقية

$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c \quad \text{و} \quad a + b = b + a$$

$$\text{و} \quad (-a) + a = a + (-a) = 0 \quad \text{و} \quad a + 0 = 0 + a = a$$

الضرب في  $\mathbb{R}$ :  $a, b$  و  $c$  أعداد حقيقية

$$a(bc) = (ab)c = (ac)b = abc \quad \text{و} \quad a \times b = b \times a = ab = ba$$

$$a \neq 0; a \times \frac{1}{a} = 1$$

العمليات على الكسور:  $a, b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية

$$\text{بحيث } bd \neq 0 \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{a}{b}}; b > 0 \text{ و } (\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a \text{ و } (\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}; n \in \mathbb{N}^*$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ و } \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}; a > 0$$

إذا كان  $x \geq 0$  و  $y \geq 0$  فإن  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$  يكافئ  $x = y$ .

خاصية: لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $\sqrt{x^2} = |x|$

$|x|$  تقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي  $x$  و لدينا:  $|x| = x$  إذا كان  $x$  موجبا

و  $|x| = -x$  إذا كان  $x$  سالبا

$$\text{مثال: } |5| = 5 \text{ و } |-7| = -(-7) = 7$$

**تمرين 3:** بسط

$$C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180} \quad B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} \quad A = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \text{ و } D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$\text{الجواب: } A = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{28}{14}} = \sqrt{2}$$

$$C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180} = 3\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{36 \times 5}$$

$$C = 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 3\sqrt{5} - 2 \times 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (6 + 12 - 8 - 6)\sqrt{5}$$

$$C = 4\sqrt{5}$$

$$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = ((\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{5})((\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{5})$$

$$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 = 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2 - 5$$

$$D = 2\sqrt{6}$$

$$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$$

$$E = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$E = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - (3 - 2\sqrt{15} + 5)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - 3 + 2\sqrt{15} - 5}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{15}}{-2} = -2\sqrt{15}$$

$$\text{تمرين 4:} \text{ بين أن العدد } E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \text{ عدد صحيح نسبي}$$

**الجواب:**

$$E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} = \frac{(5\sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{7}) + 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{7})}{(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7})}$$

$$E = \frac{5\sqrt{7}\sqrt{2} + 5\sqrt{7}\sqrt{7} + 5\sqrt{2}\sqrt{2} - 5\sqrt{2}\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{35 + 10}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{45}{-5} = -9 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{تمرين 5:} \text{ أحسب وبسط: } A = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$\text{الجواب: } A = \sqrt{(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}})(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}})} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2 + \sqrt{2}})^2} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 - (2 + \sqrt{2})} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

$$\text{و } k \times \frac{a}{b} = \frac{ak}{b} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{و } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}; bc \neq 0 \quad \text{و } \frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

الفرق في  $\mathbb{R}$ :  $-a$  يسمى مقابل  $a$  و لدينا  $a - b = a + (-b)$

$$-(a - b) = -a + b$$

$$\text{انتبه: إذا كان } \begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases} \text{ فإن: } a + c = b + d$$

$\frac{1}{a}$  يسمى مقلوب العدد  $a$  حيث  $a \neq 0$

العدد  $\frac{a}{b}$  حيث  $a \in \mathbb{R}$  و  $b \in \mathbb{R}^*$  يسمى خارج العدد  $a$  على  $b$ .

$a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية حيث  $bd \neq 0$  (تعني  $b \neq 0$  و  $d \neq 0$ ).

$$\frac{a}{b} = c \text{ يكافئ } a = bc \quad \text{و } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ يكافئ } ad = bc \quad \text{و } \frac{a}{b} = 0 \text{ يكافئ } a = 0$$

$$\text{تمرين 2:} \text{ أحسب وبسط: } A = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{7}{6} \quad \text{و } B = \frac{-2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right) \quad \text{و } D = \frac{5 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{3}{2}} \quad \text{و } C = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)^2$$

$$G = [(a - c) - (a - b)] - [(c - a) + (b - c)] \quad F = \frac{7 - \frac{4}{12} - 21\pi}{\pi}$$

$$\text{الجواب: } A = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{7}{6} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} - \frac{14}{12} = \frac{9 + 20 - 14}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$B = \frac{-2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2 = \frac{-8}{12} + \frac{14}{12} - \frac{3}{12} - \frac{24}{12} = \frac{-8 + 14 - 3 - 24}{12} = \frac{-21}{12} = -\frac{7}{4}$$

$$C = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{4 - 15}{6}\right)^2 = \left(\frac{-11}{6}\right)^2 = \frac{(-11)^2}{6^2} = \frac{121}{36}$$

$$D = \frac{5 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{32}{3}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{4}{10} + \frac{10}{10} - \frac{5}{10}\right) = \frac{2}{3} \left(\frac{9}{10}\right) = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 5 \times 2} = \frac{3}{5}$$

$$F = \frac{7 - \frac{4}{12} - 21\pi}{\pi} = \frac{7\pi - 4}{12 - 21\pi} = \frac{7\pi - 4}{\pi} \times \frac{1}{12 - 21\pi} = \frac{7\pi - 4}{\pi} \times \frac{1}{12 - 21\pi}$$

$$F = \frac{7\pi - 4}{\pi} \times \frac{1}{-3(7\pi - 4)} = -\frac{1}{3\pi}$$

$$G = [(a - c) - (a - b)] - [(c - a) + (b - c)] = (a - c - a + b) - (c - a + b - c)$$

$$G = a - c - a + b - c + a - b + c = a - c$$

**III. الجذور المربعة:**

تعريف: ليكن  $x$  عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع  $x$ , العدد الحقيقي الموجب  $y$

بحيث  $y^2 = x$ . و نكتب  $\sqrt{x} = y$ . و لدينا  $\sqrt{x} = y$  يكافئ  $x = y^2$

و  $y \geq 0$

$$\text{أمثلة: } \sqrt{9} = 3; \sqrt{(-7)^2} = 7; \sqrt{(ab)^2} = ab; \text{ إذا كان } ab > 0$$

خاصية: لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  لدينا:

#### IV. القوى وقوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

تعريف: ليكن  $a$  عددا حقيقيا غير منعدم و  $n \in \mathbb{N}$ .

$$a^1 = a; a^0 = 1 \text{ و } a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{مرات } n} \text{ و } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

#### V. العمليات على القوى:

خاصيات: لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^*$  و لكل  $m$  و  $n$  من  $\mathbb{N}$

$$a^n \times b^n = (ab)^n \text{ لدينا:}$$

$$(a^n)^m = a^{nm} \text{ و } a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \text{ و } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

حالة خاصة: قوى العدد 10:

$$10^1 = 10 \text{ و } 10^0 = 1 \text{ و } 10^{-2} = 0,01 \text{ و } 10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,000\dots01}_n; n \in \mathbb{N} \text{ و } 10^n = \underbrace{1000\dots0}_n; n \in \mathbb{N}$$

الكتابة العلمية: كل عدد عشري  $x$  موجب يكتب على الشكل  $x = a \times 10^p$

حيث  $p$  ينتمي الى  $\mathbb{Z}$  و  $a$  عدد عشري بحيث  $1 \leq a < 10$ .

هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: اذا كان  $x$  عددا سالبا فان كتابته العلمية هي  $x = -a \times 10^p$

أمثلة: المسافة بين الأرض و الشمس هي: 149597870 كلم

تكتب  $1,4959787 \times 10^8$  كلم.

$3,25 \times 10^4$  هي كتابة علمية و  $15 \times 10^3$  هي كتابة غير علمية

الكتابة العلمية للعدد 17000000 هي  $1,7 \times 10^7$

**تمرين 6:** بسط أو أكتب على شكل قوى:

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} \quad A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3$$

$$D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}} \quad C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2} \times 9}{12^3 \times 2^2}$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5}$$

$$A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3 = 2^3 \times 2^{2 \times 4} \times 2^{-5 \times 3} = 2^{3+8-15} = 2^{-4} \text{ **الجواب:**}$$

$$A = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} = -(3)^1 \times (3)^5 \times (3)^2 \times (3)^{-10}$$

$$B = 3^1 \times 3^5 \times 3^2 \times 3^{-10} = 3^{1+5+2-10} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2} \times 9}{12^3 \times 2^2} = \frac{3^{-5} \times (2^2)^{-2} \times 3^2}{(3 \times 2^2)^3 \times 2^2} = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2} = 3^{-5+2} \times 2^{-4-6-2} = 3^{-3} \times 2^{-12}$$

$$C = 3^{-6} \times 2^{-12}$$

$$D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}} = \frac{-2^3 \times 4^{2 \times (-1)} \times 2^3}{1024 \times (-2^4)^{-4}} = \frac{-2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3}{2^{10} \times (-2^3)^{-4}}$$

$$D = -2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3 \times 2^{-10} \times (-2)^{3 \times 4} = -2^{3-4+3-10+12} = -2^4 = -16$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} = 10^{-8+9+7-4+2-3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$E = 10^{-8+9+7-4+2-3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

#### VI. متطابقات هامة النشر و التعميل القوى:

اذا كان  $a$  و  $b$  و  $k$  أعداد حقيقية فان

$$k(a-b) = ka - kb \text{ و } k(a+b) = ka + kb$$

$$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ و } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \text{ و } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

أمثلة: أحسب وبسط حيث  $x \in \mathbb{R}$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 \quad A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

$$E = (x+2)(x^2 - 2x + 4) \quad D = (3x-2)^3 \quad C = (\sqrt{2}+1)^3$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$$

عندما تعجز الآلة الحاسبة

#### الجواب:

$$A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - ((\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2)$$

$$A = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - 5 + 2\sqrt{10} - 2 = 4\sqrt{10}$$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 = ((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2)^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$C = (\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 \times 1 + 3\sqrt{2}(1)^2 + (1)^3 = 2\sqrt{2} + 3 \times 2 + 3\sqrt{2} + 1$$

$$C = 5\sqrt{2} + 7$$

$$D = (3x-2)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2 \times 2 + 3 \times 3x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$D = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$E = (x+2)(x^2 - 2x + 4) = (x+2)(x^2 - 2x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$$

نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها لتبسيط الحساب

نضع:  $x = 200520052006$

$$\text{إذن: } 200520052007 = x + 1 \text{ و } 200520052005 = x - 1$$

$$\text{و منه: } F = x^2 - (x-1)(x+1)$$

$$F = x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1$$

**تمرين 7:** أحسب وبسط حيث  $x \in \mathbb{R}$

$$B = (4\sqrt{3} - 7)^{2015} \times (4\sqrt{3} + 7)^{2015} \quad A = (3 + \sqrt{11})^2 - (3 - \sqrt{11})^2$$

$$D = (5x+2)^3 \quad C = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$F = (2x-3)(4x^2 + 6x + 9) \quad E = (\sqrt{3}-1)^3$$

$$G = (2015200052004)^2 - (2015200052002 \times 2015200052006)$$

#### الجواب:

$$A = (\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{11})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2)$$

$$A = 3 + 2\sqrt{33} + 11 - (3 - 2\sqrt{33} + 11) = 3 + 2\sqrt{33} + 11 - 3 + 2\sqrt{33} - 11 = 4\sqrt{33}$$

$$B = ((4\sqrt{3} - 7)(4\sqrt{3} + 7))^{2015} = ((4\sqrt{3})^2 - (7)^2)^{2015} = (48 - 49)^{2015} = (-1)^{2015} = -1$$

$$C = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) = (\sqrt{25 \times 3} - \sqrt{49 \times 2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$C = (5\sqrt{3} - 7\sqrt{2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) = (5\sqrt{3})^2 - (7\sqrt{2})^2 = 75 - 98 = 75 - 98 = -23$$

$$D = (5x+2)^3 = (5x)^3 + 3(5x)^2 \times 2 + 3 \times 5x \times (2)^2 + (2)^3$$

$$D = 125x^3 + 150x^2 + 60x + 8$$

$$E = (\sqrt{3}-1)^3 = (\sqrt{3})^3 - 3(\sqrt{3})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{3} \times (1)^2 - (1)^3$$

$$E = 3\sqrt{3} - 9 + 3 \times \sqrt{3} - 1 = 6\sqrt{3} - 10$$

$$= \frac{1}{2} \times (2a + 2\sqrt{(a-b)(a+b)}) = a + \sqrt{(a-b)(a+b)} = a + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})\right)^2 \text{ إذن وجدنا:}$$

$$\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}) \text{ ومنه:}$$

$$B = 16 - 25x^2 \quad A = 16x^2 - 8x + 1 \quad \text{تمرين 10: عمل التعابير التالية:}$$

$$E = 27 + x^3 \quad D = (2x-1)^3 - 8 \quad C = 1 - (1-3x)^2$$

$$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x+1) \quad G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 \quad F = x^{12} - 2x^6 + 1$$

$$A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x-1)^2 \quad \text{الجواب:}$$

$$B = 16 - 25x^2 = (4)^2 - (5x)^2 = (4-5x)(4+5x)$$

$$C = 1 - (1-3x)^2 = 1^2 - (1-3x)^2 = (1-(1-3x))(1+(1-3x))$$

$$C = (1-1+3x)(1+1-3x) = 3x(2-3x)$$

$$D = (2x-1)^3 - 8 = (2x-1)^3 - 2^3 =$$

$$D = ((2x-1)-2)((2x-1)^2 + (2x-1) \times 2 + 2^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \text{ حسب المتطابقة التالية:}$$

$$D = (2x-3)((2x)^2 - 4x + 1 + 4x - 2 + 4) = (2x-3)(4x^2 + 3)$$

$$E = 27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3+x)(3^2 - 3x + x^2)$$

$$E = (3+x)(9 - 3x + x^2)$$

$$F = (x^6)^2 - 2x^6 + 1 = (x^6)^2 - 2x^6 \times 1 + 1^2 = (x^6 - 1)^2$$

$$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 = x^3(x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^3 - 1)(x^2 + 1)$$

$$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x+1) = x^3 + 1^3 + 2(x^2 - 1^2) - (x+1)$$

$$H = (x+1)(x^2 - x + 1^2) + 2(x+1)(x-1) - (x+1)$$

$$H = (x+1)(x^2 - x + 1 + 2(x-1) - 1) = (x+1)(x^2 - x + 1 + 2x - 2 - 1)$$

$$\text{انتهى الدرس:} \quad H = (x+1)(x^2 + x - 2)$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient

$$F = (2x-3)(4x^2 + 6x + 9) = (2x-3)((2x)^2 + 2x \times 3 + 3^2) = (2x)^3 - 3^3 = 8x^3 - 27$$

حساب:

$$G = (2015200052004)^2 - (2015200052002 \times 2015200052006)$$

نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها لتبسيط الحساب

$$x = 2015200052004 \text{ نضع:}$$

$$x+2 = 2015200052006 \text{ و } x-2 = 2015200052002 \text{ إذن:}$$

$$G = x^2 - (x-2)(x+2) \text{ ومنه:}$$

$$G = x^2 - (x^2 - 4) = x^2 - x^2 + 4 = 4$$

تمرين 8: أتمم الفراغات التالية:

$$10 - 4\sqrt{6} = (\dots - \dots)^2 \quad \text{و} \quad 4 + 2\sqrt{2} = (\dots + \dots)^2$$

الجواب:

$$4 + 2\sqrt{3} = 4 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 = 3 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + (1)^2$$

$$4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} = 10 - 2 \times 2 \times \sqrt{6} = (2)^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 2 + (\sqrt{6})^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} = (2 - \sqrt{6})^2$$

تمرين 9:  $a \geq b$  و  $b \in \mathbb{R}^*$   $b \in \mathbb{R}^*$   $a \in \mathbb{R}^*$

$$\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b}) \text{ بين أن:}$$

الجواب:

لكي نبين أن عددين موجبين متساويين يكفي أن نبين أن مربعيهما

متساويين

$$\left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2 = a + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times (\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})^2$$

$$= \frac{2}{4} \times (\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})^2 = \frac{1}{2} \times ((\sqrt{a-b})^2 + 2\sqrt{a-b}\sqrt{a+b} + (\sqrt{a+b})^2)$$

$$= \frac{2}{4} \times (\sqrt{a-b} + \sqrt{a+b})^2 = \frac{1}{2} \times (a - b + 2\sqrt{(a-b)(a+b)} + a + b)$$

ملاحظات عامة حول الدرس:

التعميل هو كتابة مجموع على شكل جذاء

