

درس الدوال اللوغاريتمية:

- مجموعة تعريف الدالة \ln هي $]0; +\infty[$ و لدينا $\ln 1 = 0$
- الدالة \ln قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ و $(\ln')(x) = \frac{1}{x}$
- لكل a و b من $]0; +\infty[$ لدينا $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
- لكل a و b من $]0; +\infty[$ $a \leq b \Leftrightarrow \ln a \leq \ln b$
- $\ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ و $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$
- لكل a و b من $]0; +\infty[$ لدينا: $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
- لكل a و b من $]0; +\infty[$ و لكل r من \mathbb{Q} لدينا:
- $e = 2,71828\dots$ و e هو العدد الحقيقي الذي يحقق $\ln(e) = 1$.
- خصائص جبرية: $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$ و $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ و $\ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a$
- $\ln(a^r) = r \ln a$ و لكل عدد جذري k و لدينا: $\ln(e^k) = k$.
- نهايات اعتيادية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x = 0^-$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$ حيث $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1$
- خاصية: إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I و لا تنعدم على I فان الدالة $f: x \rightarrow \ln|u(x)|$ قابلة للاشتقاق على المجال I و دالتها المشتقة هي المشتقة اللوغاريتمية للدالة u يعني: $(\forall x \in I); f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$.
- خاصية: مجموعة الدوال الأصلية للدالة $\frac{u'}{u}$ على مجال I هي الدوال $\ln|u| + k$ ($a \neq 1$ و $a > 0$.) دالة اللوغاريتم للأساس a
- دالة اللوغاريتم للأساس a هي الدالة التي يرمز لها بالرمز Log_a و المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي: $\text{Log}_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$
- ونحقق: $\text{Log}_a(a) = 1$ و $\text{Log}_a(1) = 0$ و $\forall x \in]0; +\infty[; \log_e(x) = \ln x$
- لكل x و y من $]0; +\infty[$ و لكل a من $\mathbb{R}^{**} - \{1\}$ و $\log_a\left(\frac{1}{y}\right) = -\log_a(y)$ و $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$
- $\log_a(x^r) = r \log_a(x)$ و $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$
- دالة اللوغاريتم العشري هي الدالة اللوغاريتمية للأساس 10 و نكتب \log و لدينا $\log(x) = \frac{\ln x}{\ln 10}$ لكل x من $]0; +\infty[$.
- $\log(10) = 1$ و $\log(1) = 0$ و $(\forall r \in \mathbb{Q}); \log(10^r) = r$
- إذا كان $0 < a < 1$ فان $\log_a(x) \leq \log_a(y) \Leftrightarrow x \geq y$
- إذا كان $a > 1$ فان $\log_a(x) \geq \log_a(y) \Leftrightarrow x \geq y$