

محتوى الدرس

- 1) معادلات المستقيمات الخاصة (محورا المعلم)
 - المستقيمات الموازية لأحد المحورين
 - المعادلة الديكارتية لمستقيم .
 - المعادلة المختصرة .
 - 2) تقاطع مستقيمين
 - 3) توازي وتعادم مستقيمين
 - 4) تجويه المستوى بمستقيم: الحل المبياني لمترابحة من الربة الأولى بمجهولين ، الحل المبياني لنظمة مترابحات من الربة الأولى بمجهولين ، أنشطة حول البرمجة الخطية.
- الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :**
- تحديد وإنشاء مستقيم معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامله الموجه.
الحل المبياني لنظمة من معادلتين من الربة الأولى بمجهولين.
التعبير والتعرف على توازي أو تعادم مستقيمين.
التمثيل المبياني لحل أنظمة مترابحتين من الربة الأولى بمجهولين واستعماله لتجويه المستوى وحل مسائل من البرمجة الخطية.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

الجواب: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{7-2}$

يعني $5(x-1) = 2(y-3)$ يعني $5x - 5 - 2y + 6 = 0$

$(AB) \quad 5x - 2y + 1 = 0$

تمرين 2 نعتبر النقط: $C(5, -2), B(3, 1), A(1, -1)$.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيمات (AB) و (BC) و (AC)

الجواب: 1) تحديد معادلة للمستقيم (AB)

$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-(-1)}{1-(-1)}$

يعني $2(x-1) = 2(y+1)$ يعني $2x - 2 - 2y - 2 = 0$

$(AB) \quad 2x - 2y - 4 = 0$

2) تحديد معادلة للمستقيم (BC)

$(BC): \frac{x-x_B}{x_C-x_B} = \frac{y-y_B}{y_C-y_B}$

$\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-3}$ يعني $\frac{x-3}{5-3} = \frac{y-1}{-2-1}$

يعني $-3(x-3) = 2(y-1)$ يعني $-3x - 2y + 11 = 0$ (BC)

3) تحديد معادلة للمستقيم (AC)

I. معادلة مستقيم

1. **خاصية:** ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما.

كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax + by + c = 0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) .

2. تحديد معادلة مستقيم يقطع محوري المعلم

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما و $A(x_A, y_A)$

$B(x_B, y_B)$ نقطتين من المستوى بحيث: $x_A \neq x_B$ و $y_A \neq y_B$

معادلة ديكارتية للمستقيم هي: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

مثال: (O, \vec{i}, \vec{j}) معلم في المستوى $A(1, 3), B(2, 5)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

الجواب: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2-1} = \frac{y-3}{5-3}$ يعني $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2-1}$

يعني $2(x-1) = 1(y-3)$ يعني $2x - 2 - y + 3 = 0$

$(AB) \quad 2x - y + 1 = 0$

تمرين 1 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم (O, \vec{i}, \vec{j})

النقط التالية: $A(1, 2), B(3, 7)$

ملاحظة: الكتابة : $y = mx + p$ تسمى المعادلة المختصرة

للمستقيم (D)

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

تمرين 5 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم (o, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم

(D) الذي معادلته: $(D) -2x + y - 1 = 0$ والنقط التالية :

$$C(3,6), B(2,5), A(1,3)$$

(1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

(2) حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

(3) هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ (4) أرسم لمستقيم (D)

(الأجوبة: يعني) $(D) -2x + y - 1 = 0$ يعني $(D) y = 2x + 1$

(2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m = 2$

(3) $A(1,3)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = 2x + 1$ $x = 1$

$$A(1,3) \in (D) \text{ ومنه } y = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$B(2,5)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = 2x + 1$ $x = 2$

$$B(2,5) \in (D) \text{ ومنه } y = 2 \times 2 + 1 = 5$$

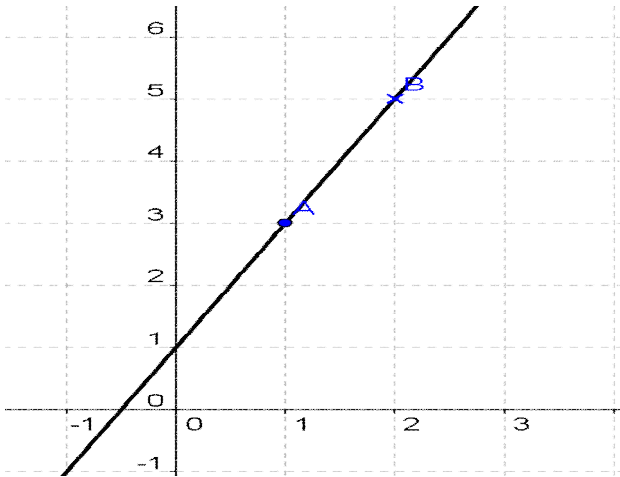
$C(3,6)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = 2x + 1$ $x = 3$

$$C(3,6) \notin (D) \text{ ومنه } y = 2 \times 3 + 1 = 7 \neq 6$$

(4) لرسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,3) \in (D)$ و $B(2,5) \in (D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



تمرين 6: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم (o, \vec{i}, \vec{j})

المستقيم (D) الذي معادلته: $(D) 3x + y - 2 = 0$ والنقط التالية :

$$C(3,4), B(2,-4), A(1,-1)$$

(1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

(2) حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

(3) هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ (4) أرسم لمستقيم (D)

(الأجوبة: يعني) $(D) 3x + y - 2 = 0$ يعني $(D) y = -3x + 2$

$$(AC): \frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$$

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-1} \text{ يعني } \frac{x-1}{5-1} = \frac{y-(-1)}{-2-(-1)}$$

$$-x + 1 - 4y - 4 = 0 \text{ يعني } -(x-1) = 4(y+1)$$

$$(AC) -x - 4y - 3 = 0 \text{ يعني } (AC) x + 4y + 3 = 0$$

3. حالات خاصة

(أ) معادلة مستقيم يوازي محور الأفاصيل

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $A(x_A, y_A)$ هي : $y = y_A$

(ب) معادلة مستقيم يوازي محور الأرتيب

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأرتيب و

يمر من النقطة $A(x_A, y_A)$ هي : $x = x_A$

تمرين 3 في المستوى $(o; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط: $B(4,3), A(-1,2)$

(1) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $A(-1,2)$

(2) معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأرتيب و يمر من

النقطة $A(-1,2)$

(3) حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر

من النقطة $B(4,3)$

الجواب: (1) المعادلة هي : $y = y_A$ يعني : $y = 2$

(2) المعادلة هي : $x = x_A$ يعني : $x = -1$

(3) المعادلة هي : $y = y_B$ يعني : $y = 3$

تمرين 4 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم (o, \vec{i}, \vec{j}) النقط

التالية : $B(-2,4), A(1,3)$

(1) حدد معادلة للمستقيم (AB) (2) أرسم المستقيم (AB)

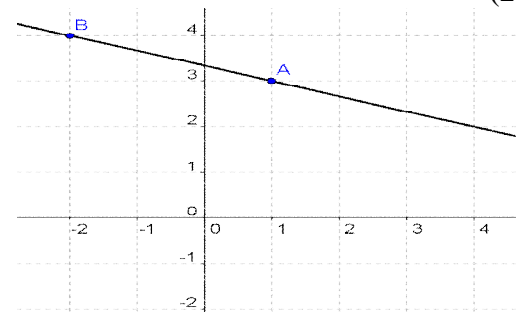
$$(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \text{ (الجواب: 1)}$$

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{1} \text{ يعني } \frac{x-1}{-2-1} = \frac{y-3}{4-3}$$

$$x - 1 + 3y - 9 = 0 \text{ يعني } 1(x - 1) = -3(y - 3)$$

$$(AB) x + 3y - 10 = 0$$

(2)



ملاحظة: كل معادلة تكتب على شكل: $ax + by + c = 0$ حيث

$(a,b) \neq (0,0)$ هي معادلة مستقيم.

$$(\Delta): 4x + 6y + 5 = 0 \text{ و } (D): 2x + 3y - 1 = 0$$

هل $(D) \parallel (\Delta)$ ؟

$$(D): y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \text{ يعني } (D): 2x + 3y - 1 = 0$$

$$\text{ومنه المعامل الموجه للمستقيم } (D) \text{ هو : } m = -\frac{2}{3}$$

$$6y = -4x - 5 \text{ يعني } (\Delta): 4x + 6y + 5 = 0$$

$$\text{يعني } y = \frac{-4x - 5}{6} \text{ يعني } y = -\frac{4}{6}x - \frac{5}{6} \text{ يعني } y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$$

$$\text{ومنه المعامل الموجه للمستقيم } (\Delta) \text{ هو : } m' = -\frac{2}{3}$$

وجدنا $m = m'$ يعني أن $(D) \parallel (\Delta)$

تمرين 8 نعتبر المستقيمت (D_1) و (D_2) و (D_3) المعرفة كما يلي

$$(D_1): 5x + y + 2 = 0 \text{ و } (D_2): 2x + y - 1 = 0$$

$$\text{ و } (D_3): 4x + 2y + 3 = 0$$

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.

2. بين أن (D_2) و (D_3) متوازيان قطعاً.

2. المستقيمان المتعامدان

خاصية: $(D): y = mx + p$ و $(\Delta): y = m'x + p'$

$(D) \perp (\Delta)$ يعني أن: $m \times m' = -1$

مثال: $(D): 4x + 2y - 1 = 0$ و $(D'): -x + 2y + 5 = 0$

هل (D) و (D') متعامدان؟

الأجوبة: $(D): 4x + 2y - 1 = 0$ يعني $2y = -4x + 1$ يعني

$$y = -2x + \frac{1}{2} \text{ يعني } y = -\frac{4}{2}x + \frac{1}{2}$$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو: $m = -2$

$$(D'): -x + 2y + 5 = 0 \text{ يعني } 2y = x - 5$$

يعني $y = \frac{x - 5}{2}$ يعني $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ومنه المعامل الموجه

للمستقيم (D') هو: $m' = \frac{1}{2}$

لدينا $m \times m' = -2 \times \frac{1}{2} = -1$ يعني أن $(D) \perp (D')$

تمرين 9 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

المستقيم: $(D): -2x + y + 3 = 0$ والنقط:

التالية: $A(0, 2)$ و $B(4, 0)$ و $C(3, 3)$ و $D(-1, -5)$ و $E(2, 1)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) هل النقطة E تنتمي إلى (D) ؟ (5) هل النقطة E تنتمي

إلى (AB) ؟

(2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو: $m = -3$

(3) $A(1, -1)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = -3x + 2$ $x = 1$

$y = -3 \times 1 + 2 = -1$ ومنه $A(1, -1) \in (D)$

$B(2, -4)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = -3x + 2$ $x = 2$

$y = -3 \times 2 + 2 = -4$ ومنه $B(2, -4) \in (D)$

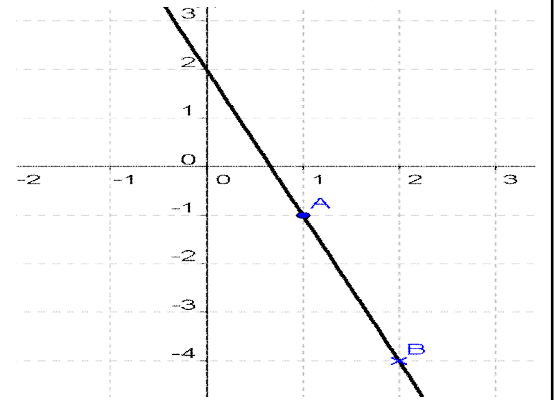
$C(3, 4)$ ؟ نعوض في المعادلة: $(D) y = -3x + 2$ $x = 3$

$y = -3 \times 3 + 2 = -7$ ومنه $C(3, 4) \notin (D)$

أرسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1, -1) \in (D)$ و $B(2, -4) \in (D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى

1. المستقيمان المتوازيان

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

نعتبر المستقيمين $(D): ax + by + c = 0$

و $(\Delta): a'x + b'y + c' = 0$

خاصية: $(D): y = mx + p$ و $(\Delta): y = m'x + p'$

$(D) \parallel (\Delta)$ يعني أن: $m = m'$

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D) .

مثال: $(D): 3x + y - 7 = 0$ و $(D'): 6x + 2y - 3 = 0$

هل (D) و (D') متوازيان؟

الأجوبة: $(D): 3x + y - 7 = 0$ يعني $(D): y = -3x + 7$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو: $m = -3$

$$(D'): 6x + 2y - 3 = 0 \text{ يعني } 2y = -6x + 3$$

يعني $y = \frac{-6x + 3}{2}$ يعني $y = -3x + \frac{3}{2}$ ومنه المعامل الموجه

للمستقيم (D') هو: $m' = -3$

وجدنا $m = m'$ يعني أن $(D) \parallel (D')$

تمرين 7 في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر المستقيمين التاليين:

6) تأكد أن (AB) و (D) متعامدان و حدد نقطة تقاطعهما

(الجواب:1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

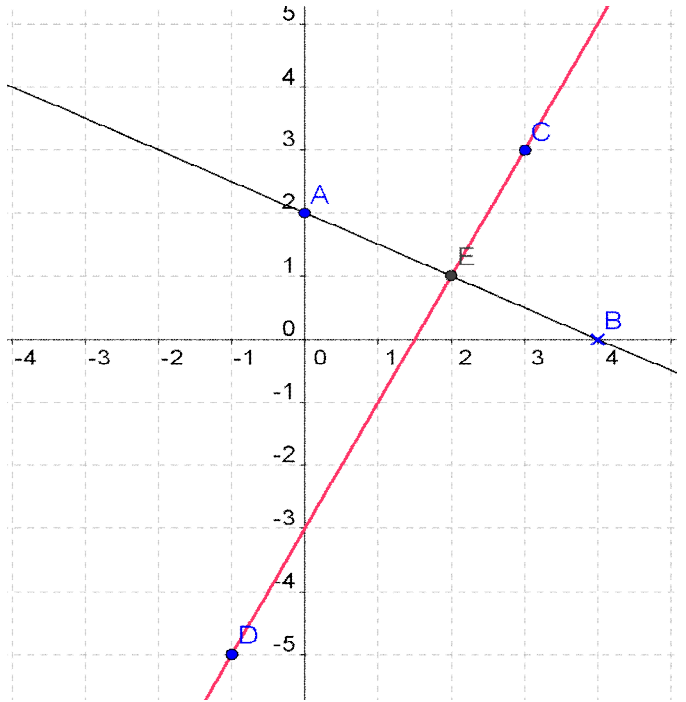
$\frac{x}{4} = \frac{y-2}{-2}$ يعني $\frac{x-0}{4-0} = \frac{y-2}{0-2}$

(AB) $-2x - 4y + 8 = 0$ يعني $-2x = 4(y - 2)$

(AB) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ يعني

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم لمستقيم (D) و (AB)



(4) نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) (5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

(6) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان لأن :

$m \times m' = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين 10 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

المستقيم: $(D): -2x + y + 1 = 0$ والنقط التالية: $A(1, 2)$ و $B(3, 4)$

و $C(3, 5)$ و $D(1, 1)$ و $E(2, 3)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) هل النقطة E تنتمي إلى (D) ؟ (5) هل النقطة E تنتمي

إلى (AB) ؟

(6) تأكد أن (AB) و (D) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما

(الجواب:1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

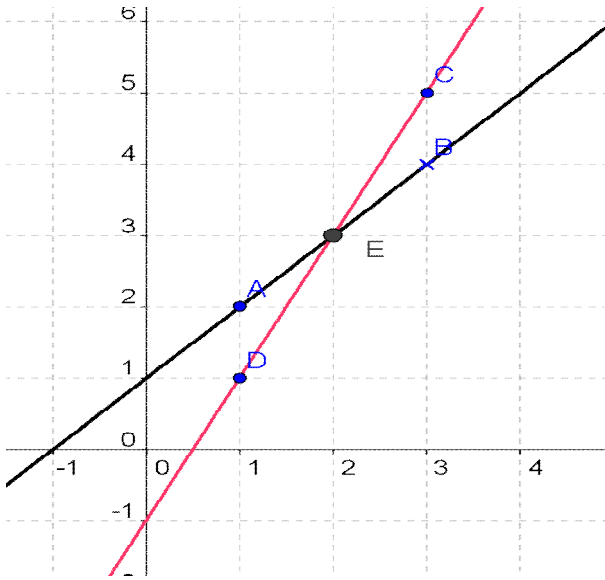
$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{4-2}$

(AB) $x - y + 1 = 0$ يعني $x - 1 = y - 2$

(AB) $y = x + 1$ يعني

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم لمستقيم (D) و (AB)



(4) نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) (5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

(6) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان لأن لهما نقطة مشتركة

ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين 11 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم

المستقيم: $(D): -3x + y + 5 = 0$ والنقط:

التالية: $A(1, 4)$ و $B(-1, -2)$ و $D(2, 1)$ و $C(0, -5)$

(1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

(2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

(3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

(4) تأكد أن (AB) و (D) متوازيان

(الجواب:1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

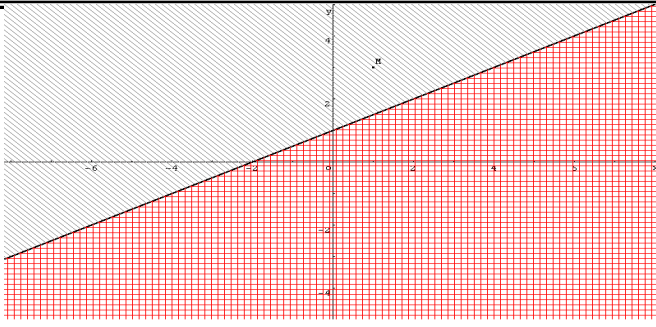
$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-6}$ يعني $\frac{x-1}{-1-1} = \frac{y-4}{-2-4}$

(AB) $3x - 3 - y + 4 = 0$ يعني $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{3}$ يعني

(AB) $y = 3x + 1$ يعني

(2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

(3) رسم المستقيم (D) و (AB)



إشارة $ax + by + c$:

خاصية: نعتبر في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم الذي معادلته

$ax + by + c = 0$ المستقيم (D) يحدد نضفي مستوى مفتوحين:

▪ أحدهما هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق

المتفاوتة $ax + by + c > 0$.

▪ والآخر هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي

تحقق $ax + by + c < 0$.

كل معادلة تكتب على الشكل $ax + by + c = 0$ حيث $a \neq 0$

أو $b \neq 0$ هي معادلة مستقيم.

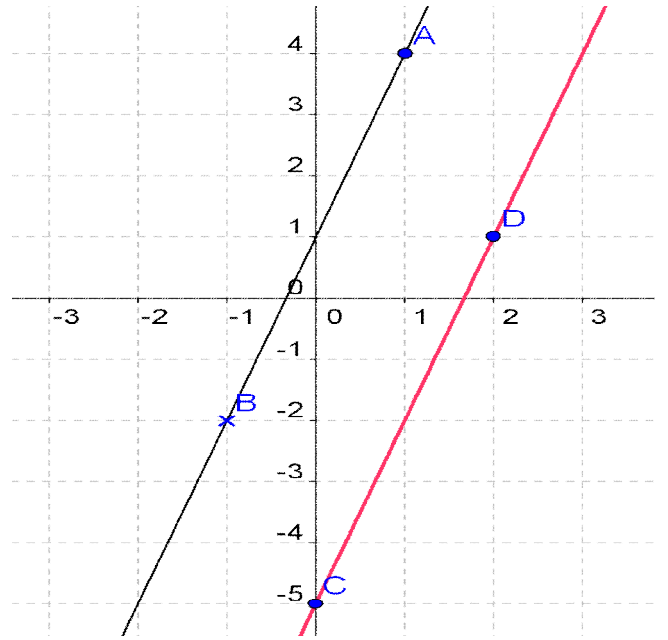
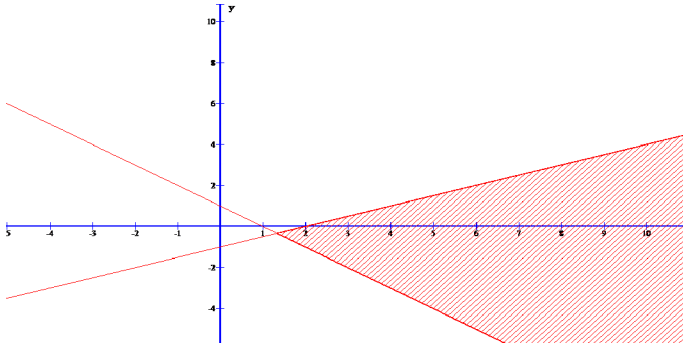
تمرين 16: حل مبيانيا النظمة التالية:

$$(S_1) \begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ -x + 2y + 2 < 0 \end{cases}$$

الجواب: نرسم أولاً المستقيمتين التاليتين:

$$x + y - 1 = 0; -x + 2y + 2 = 0$$

وبعد ذلك يجب الحصول على الشكل التالي وهو الحل المبياني:



4) نعم (AB) و (D) متوازيان لأن لهما نفس الميل هو: $m = 3$

II. المتراجحات والتجوية

دراسة مثال: في الشكل أسفله نعتبر المستقيم (D) الذي

معادلته: $\frac{1}{2}x - y + 1 = 0$. المستقيم (D) يحدد نضفي مستوى

حافتهما (D) أحدهما يحتوي على النقطة O (أصل المعلم) و نرمز

له بالرمز (P_2) و للآخر بالرمز (P_1) .

← النقطة $A(1, 1)$ تنتمي إلى (P_2) و تحقق:

$$\frac{1}{2}x_A - y_A + 1 > 0 \text{ لأن: } \frac{1}{2} \times 1 - 1 + 1 > 0$$

← النقطة $B(-2, 1)$ تنتمي إلى (P_1) و تحقق:

$$\frac{1}{2}x_B - y_B + 1 < 0 \text{ لأن: } \frac{1}{2} \times (-2) - 1 + 1 < 0$$

إذا أخذنا نقطة أخرى M تنتمي إلى نصف المستوى (P_2) .

فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_M - y_M + 1 > 0$ محققة (يمكنك التحقق من بعض النقط).

و إذا أخذنا نقطة أخرى N تنتمي إلى نصف المستوى (P_1) .

فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_N - y_N + 1 < 0$ محققة.

و بالتالي كل نقطة $M(x, y)$ من (P_2) , تحقق $\frac{1}{2}x - y + 1 > 0$.

و كل نقطة $M(x, y)$ من (P_1) تحقق $\frac{1}{2}x - y + 1 < 0$.