



الهندسة

مذكرة رقم 6 : ملخص لدرس: المستقيم في المستوى مع تمارين وأمثلة محلولة

الأهداف والقدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- المعلم: إحدائيا نقطة، إحدائيا متجهة؛ - شرط استقامية متجهتين؛ - تحديد مستقيم بنقطة و متجهة موجهة؛ - تمثيل بارامترى لمستقيم؛ - معادلة ديكارتية لمستقيم؛ - الوضع النسبي لمستقيمين.	- ترجمة مفاهيم وخاصيات الهندسة التآلفية والهندسة المتجهية بواسطة الإحدائيات. - استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية.	- توجيهات تربوية

مثال: إذا كانت $A(1, -4)$ و $B(-3, 7)$ فإن $\overline{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

أي أن $\overline{AB}(-3-1, 7-(-4))$ وبالتالي $\overline{AB}(-4, 11)$

ومنه: $\overline{AB} = -4\vec{i} + 11\vec{j}$

5. إحدائيات مجموع متجهتين- إحدائيات ضرب متجهة في عدد حقيقي:

مثال: نعتبر في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) المتجهتين $\vec{u}(3, -2)$ و $\vec{v}(-5, 1)$

حدد زوج إحدائيتي المتجهات التالية: $\vec{u} + \vec{v}$ و $5\vec{u}$ و $3\vec{u} - 2\vec{v}$

الأجوبة: $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ يعني $\vec{u}(3, -2)$

$\vec{v} = -5\vec{i} + \vec{j}$ يعني $\vec{v}(-5, 1)$

ومنه: $\vec{u} + \vec{v}(-2, -1)$ أي: $\vec{u} + \vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{i} + \vec{j} = -2\vec{i} - \vec{j}$

زوج إحدائيتي المتجهة $5\vec{u}$ هو $5(3, -2)$ أي $5\vec{u}(15, -10)$

$3\vec{u} - 2\vec{v}(19, -8)$ أي: $3\vec{u} - 2\vec{v} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 10\vec{i} - 2\vec{j} = 19\vec{i} - 8\vec{j}$

6. إحدائيتنا منتصف قطعة:

خاصية: إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$

و M منتصف القطعة $[AB]$ فان: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

مثال: حدد زوج إحدائيتي M منتصف القطعة $[AB]$

$A(3, 1)$ و $B(-1, 2)$

الجواب: $I\left(\frac{3-1}{2}, \frac{2+1}{2}\right)$ يعني $I\left(1; \frac{3}{2}\right)$

7. المسافة بين نقطتين:

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما متعامدا منظما. إذا كانت:

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ فان: $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$

مثال: المسافة بين النقطتين $A(3, 1)$ و $B(-1, 2)$ في معلم متعامد منظم هي:

$AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-1)^2}$ أي $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

و بالتالي: $AB = \sqrt{17}$

تمرين 1: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر النقط: $A(1, 2)$, $B(-3, -1)$, $C(3, -2)$ والمتجهتين $\vec{u}(-2, 3)$ و $\vec{v}(2, 4)$

1. حدد زوج إحدائيتي النقطة D حيث $\overline{AB} = \overline{BD}$

2. حدد زوج إحدائيتي I منتصف $[AB]$

3. أحسب المسافات التالية: AB و AC و BC

الأجوبة: 1) لدينا: $\overline{AB} = \overline{BD}$ ولدينا: $\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\overline{AB}(-3-1; -1-2)$ يعني $\overline{AB}(-4; -3)$

$\overline{BD}(x_D - x_B; y_D - y_B)$ يعني $\overline{BD}(x_D + 3; y_D + 1)$

1. إحدائيات متجهة- إحدائيات نقطة:

1. أساس مستوى- معلم مستوى:

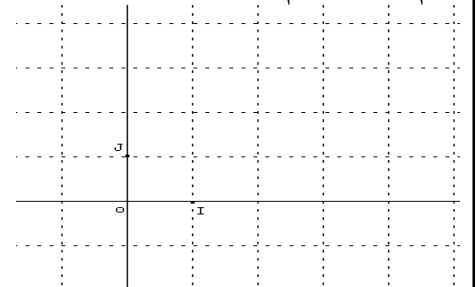
تعريف 1: إذا كانت \vec{i} و \vec{j} متجهتين غير مستقيمتين فان الزوج (\vec{i}, \vec{j})

يسمى أساسا للمستوى.

تعريف 2: إذا كانت O نقطة من المستوى و (\vec{i}, \vec{j}) أساس للمستوى فان

(O, \vec{i}, \vec{j}) هو معلم في المستوى.

معلم متعامد منظم



2. إحدائيات نقطة- تعريف:

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما بحيث $\overline{OI} = \vec{i}$

و $\overline{OJ} = \vec{j}$ لكل نقطة M من المستوى

يوجد زوج وحيد (x, y)

بحيث: $\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ و الزوج

(x, y) هو إحدائيتي النقطة M في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) و

نكتب $M(x, y)$

مثال: في مثلث ABC إذا كانت $\overline{AM} = 3\overline{AB} - 2\overline{AC}$

فان زوج إحدائيتي النقطة M في المعلم $(\vec{A}, \overline{AB}, \overline{AC})$ هو $(3, -2)$.

3. إحدائيتنا متجهة:

خاصية و تعريف: ليكن (\vec{i}, \vec{j}) أساسا للمستوى. لكل متجهة \vec{u} يوجد زوج

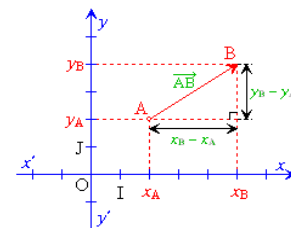
وحيد (x, y) بحيث $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ و الزوج (x, y) يسمى زوج إحدائيتي

المتجهة \vec{u} و نكتب $\vec{u}(x, y)$ إذا

كان $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{u}'(x', y')$ فان:

$\vec{u} = \vec{u}'$ تكافئ $x = x'$

و $y = y'$



4. إحدائيتنا المتجهة \overline{AB} :

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$

فان: $\overline{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

نقول كذلك أن (D) يمر من A و موجه بالمتجهة \vec{u} ولدنيا كذلك
 \overline{AB} متجهة موجهة للمستقيم (AB) .

مثال: نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$
 حدد متجهة موجهة ل (D)

الجواب: النقطتان $A(1;0)$ و $B(0;-1)$ تنتميان إلى (D) .
 إذن: $\overline{AB}(-1;-1)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) .

تعريف: لتكن A نقطة من المستوى و \vec{u} متجهة غير منعدمة.

مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overline{AM} = t\vec{u}$ حيث $t \in \mathbb{R}$
 هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة \vec{u} . و نكتب $D(A; \vec{u})$

2. تمثيل بارامترى لمستقيم:

مثال: نعتبر النقطة $A(3;-5)$ و
 المتجهة $\vec{u}(-2;3)$

حدد تمثيلاً بارامترى للمستقيم $D(A; \vec{u})$

الجواب: $(t \in \mathbb{R})$:
 $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$

ملحوظة: كل مستقيم (D) يقبل ما لا نهاية من التمثيلات البارامترية.

تمرين 3: في المستوى $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط: $A(-2,1)$, $B(3,7)$

1. حدد تمثيلاً بارامترياً للمستقيم (AB)

2. حدد نقط تقاطع المستقيم (AB) مع محوري المعلم

الجواب (1): $\overline{AB}(5;6)$ يعني $\overline{AB}(3+2;7-1)$

المستقيم يمر من النقطة $A(-2,1)$ و \overline{AB} موجهة له

إذن: $(t \in \mathbb{R})$:
 $(AB) \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 6t \end{cases}$

(2) أ) التقاطع مع محور الأفاسيل: $y = 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{6}$

$x = 5t - 2$ يعني $x = -\frac{17}{6}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(-\frac{17}{6}, 0)$

ب) التقاطع مع محور الأرتيب: $x = 5t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$

$y = 6t + 1$ يعني $y = 6 \times \frac{2}{5} + 1 = \frac{17}{5}$ ومنه نقطة التقاطع هي: $D(0, \frac{17}{5})$

IV. معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلماً كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة

على الشكل $ax + by + c = 0$ حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ هي معادلة

ديكارتية للمستقيم (D) . $\vec{u}(-b;a)$ متجهة موجهة ل (D)

تمرين 4: مثال 1: نعتبر في المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط

$A(2;4)$ و $B(5;-1)$ حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

الجواب: طريقة 1

$M(x,y) \in (AB)$ يعني \overline{AM} و \overline{AB} مستقيمتين

يعني $\det(\overline{AM}; \overline{AB}) = 0$ يعني $\begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ y-4 & -5 \end{vmatrix} = 0$ لأن: $\overline{AM}(x-2, y-4)$ و $\overline{AB}(3, -5)$

يعني $-5(x-2) - 3(y-4) = 0$ يعني $-5x + 10 - 3y + 12 = 0$

يعني $(AB) -5x - 3y + 22 = 0$

طريقة 2: نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل: $(AB) ax + by + c = 0$

ونعلم أن: $\overline{AB}(3, -5)$ متجهة موجهة له: $\overline{AB}(-b, a)$

ولدنيا: $\overline{AB} = \overline{BD}$ إذن: $\begin{cases} x_D + 3 = -4 \\ y_D + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = -4 \end{cases}$

(2) $I(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2})$ يعني $I(\frac{1-3}{2}; \frac{2-1}{2})$ يعني $I(-1; \frac{1}{2})$

(3) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(3+3)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$

II. شرط استقامية متجهتين:

خاصية و تعريف: لتكن $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{v}(x', y')$ متجهتين

من المستوى المنسوب إلى الأساس (\vec{i}, \vec{j})

\vec{u} و \vec{v} مستقيمتان إذا و فقط إذا كان: $xy' - x'y = 0$

العدد $xy' - x'y$ يسمى محددة المتجهتين \vec{u} و \vec{v} بالنسبة للأساس (\vec{i}, \vec{j})

و نكتب: $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$

مثال: نعتبر في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) المتجهتين $\vec{u}(3, -2)$ و $\vec{v}(-6, 4)$

هل \vec{u} و \vec{v} مستقيمتين؟

الجواب: طريقة 1: نحسب المحددة:

$\det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 3 \times 4 - (-6) \times (-2) = 12 - 12 = 0$

ومنه \vec{u} و \vec{v} مستقيمتين

طريقة 2: $\vec{u}(3, -2)$ يعني $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

$\vec{v}(-6, 4)$ يعني $\vec{v} = -6\vec{i} + 4\vec{j}$

ومنه $\vec{v} = -2(3\vec{i} - 2\vec{j}) = -2\vec{u}$

تمرين 2: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر النقط: $A(\frac{1}{2}, 3)$, $B(-2, -2)$, $C(1, 4)$ و المتجهة $\vec{u}(1, 3)$

1. حدد x بحيث \vec{u} و $\vec{v}(x-2, 5)$ مستقيمتان

2. بين أن النقط A و B و C مستقيمية

الجواب (1): \vec{u} و \vec{v} مستقيمتين يعني: $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$

يعني: $\begin{vmatrix} 1 & x-2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 0$ يعني: $5 \times 1 - 3(x-2) = 0$

يعني: $5 - 3x + 6 = 0$ يعني: $x = \frac{11}{3}$

(2) $\overline{AB}(-\frac{5}{2}; -5)$ يعني $\overline{AB}(-2-\frac{1}{2}; -2-3)$

$\overline{AC}(\frac{1}{2}; 1)$ يعني $\overline{AC}(1-\frac{1}{2}; 4-3)$

$\det(\overline{AB}; \overline{AC}) = \begin{vmatrix} -\frac{5}{2} & 1 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 0$

ومنه \overline{AB} و \overline{AC} مستقيمتين وبالتالي:

النقط A و B و C مستقيمية

III. مستقيم معرف بنقطة و متجهة:

1. متجهة موجهة لمستقيم:

تعريف: ليكن (D) مستقيماً يمر من نقطتين مختلفتين A و B .

كل متجهة \vec{u} غير منعدمة و مستقيمية مع المتجهة \overline{AB} تسمى
 متجهة موجهة للمستقيم (D) .

مستقيمتان أي أن: $\vec{U}(-b, a)$ و $\vec{V}(-b', a')$ مستقيمتان. يعني أن: $ab' - a'b = 0$

مثال 1: نعتبر المستقيمين $(D): x - 2y + 6 = 0$ و $(D'): -2x + 4y + 1 = 0$

بين $(D) \parallel (D')$

الجواب: $(-2) \times (-2) - 4 \times 1 = 4 - 4 = 0$ إذن $(D) \parallel (D')$

تمرين 7: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد

منظم المستقيمتين: $(D_1): 6x + 3y + 2 = 0$ و $(D_2): 3x - 2y - 1 = 0$

و النقط التالية: $A(1, 2)$ و $B(3, -2)$

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما

2. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

3. حدد الوضع النسبي للمستقيمين (D_1) و (AB) .

4. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من $C(1, 2)$

و الموازي للمستقيم (D_1) .

الجواب 1: $6 \times 3 - 3 \times 2 = 18 - 6 = 12 \neq 0$ إذن (D_1) و (D_2) متقاطعان

لتحديد نقطة التقاطع نحل النظام التالي:

$$\begin{cases} 6x + 3y + 2 = 0 \\ 3x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$\begin{cases} 6x + 3y = -2 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ (1) ونستعمل إحدى الطرق لحل هذه النظام

محددة النظام (1) هي: $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -12 - 9 = -21 \neq 0$ و منه النظام يقبل حلا وحيدا هو:

$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{4}{-21} = -\frac{4}{21}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{12}{-21} = -\frac{4}{7}$ و منه نقطة التقاطع: $H\left(-\frac{4}{21}; -\frac{4}{7}\right)$

(2) نعلم أن معادلة مستقيم (AB) تكتب على الشكل: $ax + by + c = 0$

ونعلم أن: $\vec{AB}(2, -4)$: متجهة موجهة له: $\vec{AB}(-b, a)$

إذن: $a = -4$ و $b = 2$: إذن $a = -4$ و $b = 2$: ومنه $ax + by + c = 0$

يجب الآن البحث عن c نعلم أن: $A \in (AB)$ إذن احداثياته تحقق:

المعادلة: $-4x - 2y + c = 0$ يعني: $-4(-\frac{4}{21}) - 2(-\frac{4}{7}) + c = 0$ ومنه: $c = 8$

يعني: $-2(2x + y - 4) = 0$ يعني: $2x + y - 4 = 0$ (AB)

(3) $(D_1): 6x + 3y + 2 = 0$ و $(AB): 2x + y - 4 = 0$

إذن: (D_1) و (AB) متوازيين

(4) (Δ) يوازي للمستقيم (D_1) يعني المتجهة الموجهة ل (D_1)

هي أيضا موجهة ل (Δ)

إذن: $\vec{u}(-b, a)$ أي $\vec{u}(-3, 6)$ موجهة ل $(D_1): 6x + 3y + 2 = 0$

وبما أن (Δ) يمر من $C(1, 2)$ فإن: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 6t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$)

تمرين 8: نعتبر المستقيمين $(D): 3x - 5y + 6 = 0$ و $(D'): x - y = 0$

1. حدد تمثيلا بارامتريا لكل من المستقيم (D) و (D')

2. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من $B(1, 0)$

و الموازي ل (EC) حيث $E(3, 3)$ و $C(4, 0)$

3. حدد إحداثيات النقط I تقاطع (Δ) و (D) و إحداثيات

النقطة J تقاطع (Δ) و (D')

4. بين أن J منتصف $[IB]$

أجوبة: (1) أ) متجهة موجهة ل $(D): 3x - 5y + 6 = 0$ هي: $\vec{u}(-b, a)$ أي: $\vec{u}(5, 3)$

نحدد نقطة يمر منها المستقيم (D) :

نضع مثلا: $x = 0$ إذن: $(D): 3 \times 0 - 5y + 6 = 0$

إذن: $a = -5$ و $b = -3$: إذن $a = -5$ و $b = -3$

ومنه: $(AB) - 5x - 3y + c = 0$

يجب الآن البحث عن c نعلم أن: $A \in (AB)$ إذن احداثياته تحقق

المعادلة: $(AB) - 5 \times 2 - 3 \times 4 + c = 0$ يعني: $c = 22$

ومنه: $(AB) - 5x - 3y + 22 = 0$

تمرين 5: مثال 2: نعتبر في المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) النقطة

$A(1; 2)$ و المتجهة $\vec{u}(-2; 1)$

1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من النقطة: $A(1; 2)$

و الموجه بالمتجهة \vec{u}

2. هل النقطة $B(0; 5)$ تنتمي للمستقيم (D) ؟

3. حدد نقطة أخرى تنتمي ل (D)

الجواب 1: طريقة 1: $M(x, y) \in (D)$ يعني \vec{AM} و \vec{u} مستقيمتين

يعني $\det(\vec{AM}; \vec{u}) = 0$ يعني $\begin{vmatrix} x-1 & -2 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ لأن: $\vec{AM}(x-1, y-2)$

يعني $1(x-1) + 2(y-2) = 0$ يعني $x-1+2y-4=0$

يعني $x+2y-5=0$ (D)

طريقة 2: نعلم أن معادلة مستقيم تكتب على الشكل:

$ax + by + c = 0$ (D) ونعلم أن: $\vec{u}(-2, 1)$ متجهة موجهة له: $\vec{u}(-b, a)$

إذن: $a = 1$ و $b = -2$: إذن $a = 1$ و $b = -2$

ومنه: $1x + 2y + c = 0$ يجب الآن البحث عن c

نعلم أن: $A \in (AB)$ إذن احداثياته تحقق المعادلة: $2 + 4 + c = 0$

يعني: $c = -5$ ومنه: $(D) x + 2y - 5 = 0$

$B(0, 5)$ ؟؟؟؟ (2)

نعوض باحداثيات النقطة B في معادلة المستقيم (D)

$0 + 2 \times 5 - 5 = 10 - 5 = 5 \neq 0$ إذن: $B \notin (D)$

(3) نعطي للمتغير x قيمة ونبحث عن y في معادلة (D) أو العكس

مثلا: نضع $x = 1$ يعني $2y = 4$ يعني $y = 2$ ومنه: $C(1; 2) \in (D)$

خاصية: ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما a و b و c أعدادا حقيقية

حيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ مجموعة النقط $M(x; y)$ بحيث $ax + by + c = 0$

هي مستقيم موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b; a)$.

تمرين 6: مثال: نعتبر في المعلم المتعامد المنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم

(D) الذي معادلته: $2x - 5y + 4 = 0$

1. حدد متجهة موجهة بالمتجهة للمستقيم (D)

2. أرسم المستقيم (D)

الجواب 1: $ax + by + c = 0$ $2x - 5y + 4 = 0$

إذن: $a = -5$ و $a = 2$: ومنه $\vec{u}(-b, a) \Leftrightarrow \vec{u}(5, 2)$ موجهة ل (D)

(2) لرسم المستقيم يكفي البحث عن نقطتين مختلفتين تنتميان ل (D)

V. الأوضاع النسبية لمستقيمين:

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي

معادلتيهما المختصرة.

خاصية: نعتبر المستقيمين $(D): ax + by + c = 0$ و $(\Delta): dx + by + c' = 0$

(D) و (Δ) متوازيان إذا و فقط إذا كان: $ab' - a'b = 0$.

برهان: (D) و (Δ) متوازيان يعني أن المتجهتين المتجهتين لهما



تمارين للبحث

تمرين 1: في المستوى نعتبر النقط: $u(5,2), B(2,4), A(-2,1)$ و

$$(D_m): (m-1)x - 2my + 3 = 0 \text{ و } (D): 2x - 3y + 1 = 0$$

1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من A والموجه بالمتجهة \vec{u}
2. تأكد أن (D) و (Δ) متقاطعان و حدد تقاطعهما
3. حدد m حيث $(D) \parallel (D_m)$
4. حدد m حيث $(D) \perp (D_m)$
5. أنشئ المستقيمات: $(D_0), (D_1), (D_2)$
6. بين أن جميع المستقيمات (D_m) تمر من النقطة $C\left(3, \frac{3}{2}\right)$

تمرين 2: نعتبر النقط: $A(2,6), C(4,0)$.

1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AC)
2. نعتبر المستقيم (Δ) الذي إحدى تمثيلات البارامترية هي

$$\begin{cases} x = \frac{11}{2} + \frac{5}{2}t \\ y = \frac{7}{2} + \frac{1}{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

- تحقق أن $x - 5y + 12 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ)
3. حدد زوج إحداثياتي النقطة I تقاطع (Δ) و (AC)
4. تحقق أن النقطة I منتصف القطعة $[AC]$

تمرين 3: نعتبر المستقيمين $(D): \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \end{cases}$ و $(D'): y = -2$

1. حدد تقاطع (D) مع محور الأفاصيل
2. حدد تقاطع (D') مع محور الأرتاب
3. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) و تمثيلا بارامتريا ل (D')
4. حدد إحداثيات النقطة I تقاطع (D) و (D')
5. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من $A(-1,1)$ و الموجه ب \vec{i}
6. بين أن المستقيمين (D) و (D') متوازيان

تمرين 4: نعتبر المستقيم $0 = 2x - y + 2$: (Δ) و النقط:

$$C(-2, -2), B(4, -2), A(3, 2)$$

1. حدد إحداثيات النقطة I تقاطع (Δ) مع محور الأرتاب
2. بين أن (AI) و (BC) متوازيان
3. أوجد معادلة ديكارتية ل (AB)
4. بين أن (Δ) و (AB) يتقاطعان في $E(2, 6)$
5. لتكن M_1 و M_2 على التوالي منتصفي $[AI]$ و $[BC]$
6. حدد زوج إحداثياتي كل من M_1 و M_2
- بين أن E و M_1 و M_2 مستقيمة

انتهى الدرس

ملاحظات عامة حول الدرس:

$$(D) \begin{cases} x = 0 + 5t \\ y = \frac{6}{5} + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ ومنه فان: } I\left(0, \frac{6}{5}\right) \in (D) \text{ ومنه } y = \frac{6}{5}$$

(ب) متجهة موجهة ل $x - y = 0$: (D) هي: $\vec{u}(-b, a)$ أي: $\vec{u}(1, 1)$
نحدد نقطة يمر منها المستقيم (D')

نضع مثلا: $x = 0$: إذن: $(D'): 0 - y = 0$

يعني $y = 0$ ومنه $O(0, 0) \in (D')$

ومنه فان: $(D') \begin{cases} x = 0 + 1k \\ y = 0 + 1k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$

(2) (Δ) يمر من B و يوازي ل (EC) إذن: \overline{EC} متجهة موجهة ل (Δ) ولدينا: $\overline{EC}(1; -3)$ وبالمقارنة مع: $\overline{EC}(-b, a)$ نجد: $b = -1$ و $a = -3$ ومنه: $-3x - y + c = 0$

ونعلم أن: (Δ) يمر من $B(1, 0)$ إذن احداثياته تحقق:

المعادلة: $-3 + 0 + c = 0$ يعني: $c = 3$ ومنه: $-3x - y + 3 = 0$ (Δ)

(3) أ) إحداثيات I تقاطع (Δ) و (D)

$$(1) \begin{cases} 3x - 5y + 6 = 0 \\ -3x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

ونستعمل إحدى الطرق لحل هذه النظمة

نجمع المعادلتين طرف ل طرف فنجد: $-6y + 9 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$

وبالتعويض في المعادلة نجد: $-3x - \frac{3}{2} + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

و منه نقطة التقاطع: $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

(ب) إحداثيات J تقاطع (Δ) و (D')

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ -3x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

نحل النظمة التالية:

$$x - y = 0 \Leftrightarrow x = y \text{ وبالتعويض في المعادلة الأخرى نجد: } -3x - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}$$

(4) نبين أن J منتصف $[IB]$

يكفي أن نبين أن: $\vec{IJ} = \vec{JB}$

لدينا: $\vec{IJ}\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ ولدينا $\vec{JB}\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$ إذن $\vec{IJ} = \vec{JB}$ ومنه J منتصف $[IB]$