ملخص درس عموميات الاشتقاق

I. قابلية اشتقاق دالة عددية في نقطة

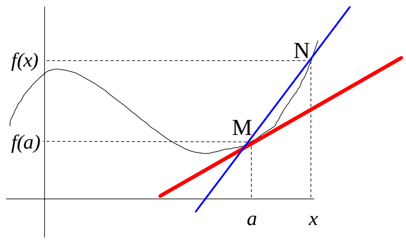
1. العدد المشتق

تعريف : لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I و a عنصرا من I

نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة a إذا وجد عدد حقيقي l بحيث : $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=l$

l يسمى العدد المشتق للدالة في النقطة a

و نرمز له بالرمز : $f'(a)$



ونكتب : $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$

2. التأويل الهندسي للعدد المشتق–معادلة مماس لمنحنى دالة في نقطة

تعريف: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$. المستقيم (Δ) المار من النقطة $M(a;f(a))$ و الذي معامله الموجه هو $f'(a)$ يسمى المماس للمنحنى (C_f) في النقطة M

خاصية: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة a. معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة $M(a;f(a))$ هي :

$$(\Delta)\ :\ y=f(a)+f'(a)(x-a)$$

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=x^2-2x+1$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=2$.
2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0=2$.

الجواب: (1 $f(2)=2^2-2\times2+1=1$

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{x^2-2x+1-1}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{x^2-2x}{x-2}$$

$=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}x=2$ ومنه f قابلة للاشتقاق عند : $x_0=1$

و هو العدد المشتق عند $x_0=2$ $2=f'(2)$

(2 $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

$y=2x-3\Leftrightarrow y=1+2(x-2)\Leftrightarrow y=f(2)+f'(2)(x-2)$

II. الدالة المشتقة لدالة عددية

الاشتقاق على مجال

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح I

نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I إذا كانت f قابلة للاشتقاق في كل نقطة من I

III. جدول للدوال المشتقة لدوال اعتيادية و العمليات حول الدوال المشتقة

الدالة f	الدالة المشتقة f'
$f(x)=k$	$f'(x)=0$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$
$f(x)=ax$	$f'(x)=a$
$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=nx^{n-1}$ $\quad n\in\mathbb{Z}^*$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x)=u+v$	$f'(x)=u'+v'$
$f(x)=u-v$	$f'(x)=u'-v'$
$f(x)=k.u$	$f'(x)=k.u'$
$f(x)=u\times v$	$f'(x)=u'\times v+u\times v'$
$f(x)=u^n$	$f'(x)=nu^n\times u'$
$f(x)=\dfrac{1}{u}$	$f'(x)=-\dfrac{u'}{u^2}$
$f(x)=\dfrac{u}{v}$	$f'(x)=\dfrac{u'\times v-u\times v'}{v^2}$

1. رتابة دالة وإشارة مشتقاتها

خاصية: لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على مجال I

- f تزايدية على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)\ \geq 0$
- f تناقصية على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)\ \leq 0$
- f ثابتة على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)\ =0$

2. مطار يف دالة قابلة للاشتقاق

خاصية1: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I و a عنصرا من I

- إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق في النقطة a وتقبل مطرا فا في النقطة a فان $f'(a)\ =0$

خاصية 2: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I و a عنصرا من I

إذا كانت f تنعدم في النقطة a تتغير إشارتها فان $f(a)$ هو مطراف للدالة f