محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- تمثيل الدوال: $x\to k$ ، $x\to ax$ ، $x\to ax+b$ ، $x\to ax^2$ ، $x\to \frac{a}{x}$ ، $x\to ax^2+bx+c$ ؛ - تمثيل دالة تآلفية على مجالات؛ - مجموعة تعريف دالة، الزوجية، الرتابة؛	- التمكن من إنشاء منحنيات الدوال المحددة بطريقة مباشرة. - استنتاج تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها المبياني. - التعرف على المتغير ومجموعة تعريفه بالنسبة لدالة معرفة بواسطة تمثيل مبياني أو جدول معطيات أو صيغة. - قراءة صورة عدد والتعرف على عدد صورته معلومة من خلال التمثيل المبياني الدالة. - إنشاء تمثيل مبياني ينسجم مع جدول تغيرات دالة.	- يعتبر هذا الفصل مناسبة لتثبيت مكتسبات التلميذ حول الدوال الخطية والدوال التآلفية والسمو بها لتقريب مفهوم الدالة وذلك من خلال أنشطة متنوعة. - ينبغي تدريب التلميذ على إنشاء وقراءة تمثيلات مبيانية أو جداول عددية بهدف التعرف على المتغير واستخلاص بعض النتائج المتعلقة بدراسة دالة (أكبر قيمة، أصغر قيمة، التغيرات، حل المعادلات...). - ينبغي تعويد التلاميذ على ترييض وضعيات وحل مسائل متنوعة باستعمال مفهوم الدالة العددية. - ينبغي تمثيل الدالة الحدودية من الدرجة الثانية دون اللجوء إلى تقنية تغيير المعلم.

I. مفهوم دالة عددية

تعريف: ليكن D جزءا من $\mathbb{R}$.

نسمي f دالة عددية معرفة على D (أو f دالة من D نحو $\mathbb{R}$)، كل علاقة تربط كل عنصر x من D بعنصر وحيد من $\mathbb{R}$ ، يرمز له بالرمز $f(x)$.

مثال 1 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة كالتالي: $f(x)=-2x$

أنقل و أتمم الجدول التالي:

x	1			$\frac{5}{2}$		
$f(x)$		-6	-1		$\frac{2}{7}$	13

مثال 2 : ليكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x\to f(x)=3x^2-1$$

1. أحسب : $f(1)$ و $f(-1)$ و $f(\sqrt{2})$
2. حدد سوابق العدد 2

الجواب: 1) $f(1)=3\times1^2-1=3-1=2$ و

$$f(-1)=3\times(-1)^2-1=3-1=2$$

$$f(\sqrt{2})=3\times(\sqrt{2})^2-1=6-1=4$$

2) $f(x)=3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2-1=2$ يعني $3\times x^2=3$

يعني $x^2=1$ يعني $x=1$ أو $x=-1$ ومنه للعدد سابقين هما $x=1$ أو $x=-1$

II. مجموعة تعريف دوال عددية:

تعريف: لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x. مجموعة تعريف الدالة f هي المجموعة المكونة من جميع الأعداد الحقيقية x بحيث $f(x)$ موجود أي $f(x)$ قابلة للحساب. و يرمز لها غالبا بالرمز D_f بمعنى: $x\in D_f$ تكافئ $f(x)\in\mathbb{R}$.

ملحوظة: نقول إن f دالة عددية معرفة على A إذا كان A جزءا من D_f .

اصطلاحات: لتكن f دالة عددية معرفة على D

نكتب: $f:D\to\mathbb{R}$

$$x\to f(x)$$

- المجموعة D تسمى مجموعة تعريف الدالة f .
- ليكن x عنصرا من D ، بحيث: $y=f(x)$
  - ← y يسمى صورة x بالدالة f .
  - ← العنصر x يسمى سابق العنصر y .
- الدالة f تسمى كذلك دالة عددية لمتغير حقيقي.

أنشطة : حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

1) $f(x)=3x^2-x+1$ 　 2) $g(x)=\dfrac{x^3}{2x-4}$

3) $h(x)=\dfrac{5x+10}{x^2-9}$ 　 4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$

الجواب: 1) $f(x)=3x^2-x+1$

يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $g(x)=\dfrac{x^3}{2x-4}$ يعني $D_g=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\neq0\}$

$2x-4=0$ يعني $2x=4$ يعني $x=2$

ومنه $D_g=\mathbb{R}-\{2\}$

3) $h(x)=\dfrac{5x+10}{x^2-9}$ يعني يعني $D_h=\{x\in\mathbb{R}/x^2-9\neq0\}$

$x^2-9=0$ يعني $x^2-3^2=0$ يعني $(x-3)(x+3)=0$

يعني $x-3=0$ أو $x+3=0$ يعني $x=3$ أو $x=-3$ ومنه $D_h=\mathbb{R}-\{-3;3\}$

4) $m(x)=\sqrt{2x-4}$ يعني $D_m=\{x\in\mathbb{R}/2x-4\geq 0\}$

$2x-4\geq 0$ يعني $2x\geq 4$ يعني $x\geq 2$ ومنه $D_m=[2;+\infty[$

تمرين 1: حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية:

1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$ 2) $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{4x-12}$

3) $f(x)=\dfrac{x+10}{4x^2-1}$ 4) $f(x)=\dfrac{7x-1}{x^3-2x}$

5) $f(x)=\dfrac{x-5}{2x^2-5x-3}$ 6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$

الجواب: 1) $f(x)=x^3-3x^2-5x+10$

يعني $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{4x-12}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x-12\neq 0\}$

$4x-12=0$ يعني $4x=12$ يعني $x=3$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

3) $f(x)=\dfrac{x+10}{4x^2-1}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x^2-1\neq 0\}$

$4x^2-1=0$ يعني $(2x)^2-1^2=0$ يعني $(2x-1)(2x+1)=0$

يعني $2x-1=0$ أو $2x+1=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$ ومنه

$D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$

4) $f(x)=\dfrac{7x-1}{x^3-2x}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x^3-2x\neq 0\}$

$x^3-2x=0$ يعني $x(x^2-2)=0$ يعني $x^2-2=0$ أو $x=0$

يعني $x^2=2$ أو $x=0$ يعني $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$ أو $x=0$

ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-\sqrt{2};0;\sqrt{2}\}$

5) $f(x)=\dfrac{x-5}{2x^2-5x-3}$

يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x^2-5x-3\neq 0\}$

$2x^2-5x-3=0$ نحل المعادلة باستعمال المميز

$a=2$ و $b=-5$ و $c=-3$

$$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times 2\times(-3)=25+24=49=(7)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times 2}=\dfrac{7+5}{4}=\dfrac{12}{4}=3$ و $x_2=\dfrac{(-5)-\sqrt{49}}{2\times 2}=\dfrac{5-7}{4}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$

ومنه: $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2};3\right\}$

6) $f(x)=\sqrt{-3x+6}$ يعني $D_f=\{x\in\mathbb{R}/-3x+6\geq 0\}$

$-3x+6\geq 0$ يعني $-3x\geq -6$ يعني $x\leq\frac{-6}{-3}$ يعني $x\leq 2$ ومنه $D_m=]-\infty;2]$

III. التمثيل المبياني لدالة عددية:

تعريف: لتكن f دالة عددية معرفة على جزء D من $\mathbb{R}$.

التمثيل المبياني C_f للدالة f (أو منحنى الدالة f) هو مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى بحيث: $y=f(x)$ و $x\in D$

مثال1: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$f(x)=\dfrac{2x}{x+2}$ و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و ليكن A و B نقط أفاصليها هي -1 و 2 على التوالي

1) حدد أراتيب A و B علما أنهما ينتميان إلى (C_f).

2) لتكن $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$ ، $F(-3;5)$ ، $G(1;0)$ نقط من المستوى. هل النقط E , F و G تنتمي للمنحنى (C_f)؟

الجواب: 1) $A\in(C_f)$ يعني $A(-1;f(-1))$

$f(-1)=\dfrac{2\times(-1)}{-1+2}=-2$ ومنه: $A(-1;-2)$

$B\in(C_f)$ يعني $B(2;f(2))$ $f(2)=\dfrac{2\times(2)}{2+2}=1$ ومنه: $B(2;1)$

2) $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)$? لدينا $f\left(\frac{1}{2}\right)=\dfrac{2\times\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2}=\dfrac{1}{\frac{5}{2}}=\dfrac{2}{5}$ ومنه: $E\left(\frac{1}{2};\frac{2}{5}\right)\in(C_f)$

$F(-3;5)$ لدينا $f(-3)=\dfrac{2\times(-3)}{(-3)+2}=6\neq 5$ ومنه: $F(-3;5)\notin(C_f)$

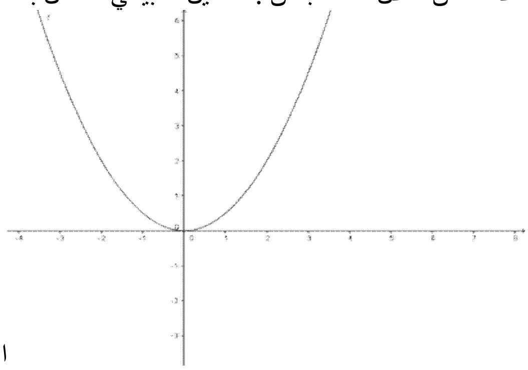
$G(1;0)$? لدينا $f(1)=\dfrac{2\times(1)}{(1)+2}=\dfrac{2}{3}\neq 1$ ومنه: $G(1;0)\notin(C_f)$

مثال2 نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$f(x)=x^2$

أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$ ماذا تلاحظ بالنسبة لمنحنى الدالة؟

نلاحظ من خلال الحساب أن : التمثيل المبياني متماثل بالنسبة لمحور



ا

لأراتيب وأن عددين متقابلين لهما نفس الصورة

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

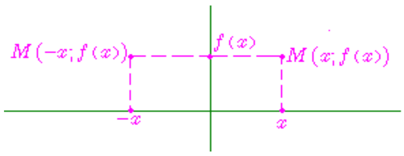
IV. الدالة الزوجية- الدالة الفردية:

1. الدالة الزوجية:

تعريف: لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x و D_f مجموعة تعريفها.

نقول إن f دالة زوجية إذا تحقق الشرطان التاليان:

- ❖ لكل x من D_f لدينا: $-x$ تنتمي إلى D_f.
- ❖ لكل x من D_f لدينا: $f(-x)=f(x)$



مثال: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة زوجية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

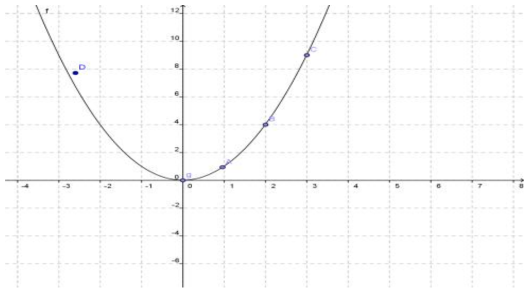
2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{1}{2}(-x)^2=\frac{1}{2}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

(3

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$



4) محور الأراتيب محور تماثل المنحنى C_f.

2. الدالة الفردية:

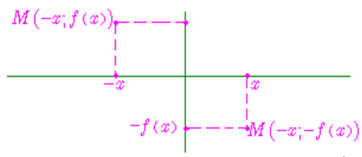
لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x و C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

تعريف: لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x و D_f مجموعة تعريفها

نقول أن f دالة فردية إذا تحقق الشرطان التاليان:

❖ لكل x من D_f لدينا: $-x$ تنتمي إلى D_f.

❖ لكل x من D_f لدينا: $f(-x)=-f(x)$



مثال: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x)=\frac{2}{x}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. بين أن f دالة فردية
3. أرسم التمثيل المبياني للدالة f
4. اعط تأويلا مبيانيا

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 0\}$

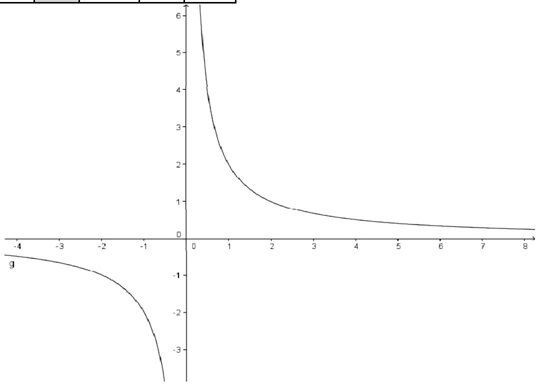
ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{2}{(-x)}=-\frac{2}{x}=-f(x)$

ومنه f دالة فردية (3

x	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



4) نقطة O مركز تماثل المنحنى C_f.

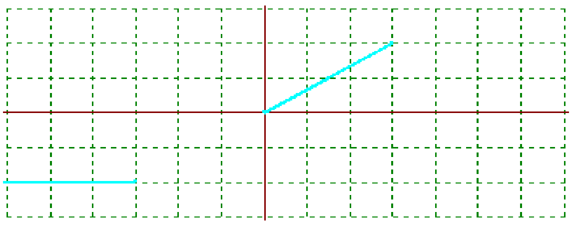
أ) التأويل المبياني

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x و C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

❖ تكون f دالة زوجية إذا و فقط إذا كان محور الأراتيب محور تماثل المنحنى C_f.

❖ تكون f دالة فردية إذا و فقط إذا كانت النقطة O مركز تماثل المنحنى C_f.

مثال : أتمم إنشاء منحنى الدالة الزوجة f المعرفة على $\mathbb{R}$



V. تغيرات دالة عددية:

مثال 1: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x)=2x+1$$

املأ الجدول التالي : ماذا تلاحظ؟

-100	-10	-7	-3	0	2	5	10	100

نلاحظ : أنه عندما تكبر x فان $f(x)$ تكبر أيضا نقول أن الدالة f تزايدية

مثال 2: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x)=-3x+2$$

املأ الجدول التالي : ماذا تلاحظ؟

-100	-10	-7	-3	0	2	5	10	100

نلاحظ : أنه عندما تكبر x فان $f(x)$ تصغر نقول أن الدالة f تناقصية

1. **تعريف:** لتكن f دالة عددية معرفة على المجال I .

❖ نقول إن الدالة f تزايدية (تناقصية) على المجال I , إذا و فقط إذا كان لكل

إذا كان $x_1 \prec x_2$ فان $f(x_1) \prec f(x_2)$ $\left(f(x_1) \succ f(x_2)\right)$

مثال1: $f(x)=4x-3$

أجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) ليكن: $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $4x_1<4x_2$ اذن : $4x_1-3<4x_2-3$ اذن : $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $\mathbb{R}$

مثال2: $f(x)=-3x+2$

أجوبة :

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) ليكن: $x_1\in\mathbb{R}$ و $x_2\in\mathbb{R}$ بحيث $x_1<x_2$

اذن : $-3x_1>-3x_2$ اذن : $4x_1+2>4x_2+2$ اذن : $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $\mathbb{R}$

❖ نقول إن الدالة f ثابتة على المجال I , إذا و فقط إذا كان
لكل x_1 و x_2 من I لدينا: $f(x_1)=f(x_2)$

اعط مثال لدالة ثابتة

2. **جدول تغيرات دالة:** لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي x و D_f مجموعة تعريفها.دراسة منحى تغيرات الدالة f , يعني تجزيء المجموعة D_f إلى أكبر مجالات ممكنة تكون فيها الدالة f تزايدية أو تناقصية قطعا أو ثابتة.و نلخص نتائج هده الدراسة في جدول, يسمى جدول تغيرات الدالة ثابتة.

3. **رتابة دالة على مجال:**

تعريف: لتكن دالة عددية معرفة على مجال I.
نقول إن f رتيبة قطعا على المجال I إذا كانت تزايدية قطعا على I أو تناقصية قطعا على I.

VI. دراسة بعض الدوال الاعتيادية

1. **الدالة:** $x\mapsto ax+b$ $(a\neq 0)$

مثال 1: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2x+1$

أرسم التمثيل المبياني للدالة f.

ملاحظة : التمثيل المبياني للدالة f هو مستقيم

مثال 2: $f(x)=4x$

و تحديد جدول التغيرات.

2. **الدالة :** $x\mapsto ax^2$ $(a\neq 0)$

ملخص

الحالة: $a\succ 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

الحالة: $a\prec 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	0	↘

ملاحظات: المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto ax^2$ $(a\neq 0)$ يسمى شلجما. النقطة أصل المعلم تسمى رأس الشلجم. محور الأراتيب هو محور تماثل للمنحنى.

مثال : لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{3}{2}x^2$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f .
5. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م $(o;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة : 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=\frac{3}{2}(-x)^2=\frac{3}{2}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2<\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن : $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $\frac{3}{2}x_1^2>\frac{3}{2}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $]-\infty;0]$

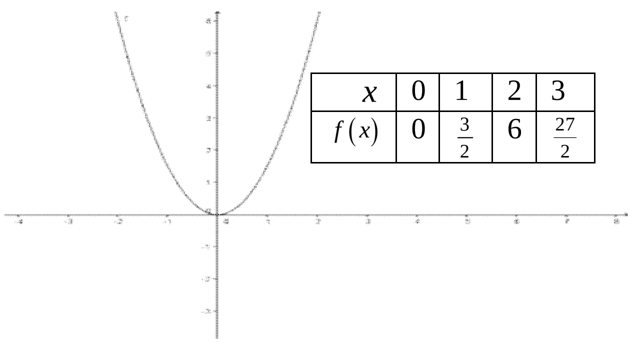
4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

5)

رسم التمثيل المبياني للدالة f

x	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$



تمرين 3: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-\frac{1}{4}x^2$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2) أدرس زوجية الدالة f
3) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $[0;+\infty[$ و $]-\infty;0]$
4) حدد جدول تغيرات الدالة f.
5) هل الدالة f تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
6) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أجوبة: 1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}$.

ب) $f(-x)=-\frac{1}{4}(-x)^2=-\frac{1}{4}x^2=f(x)$

ومنه f دالة زوجية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $[0;+\infty[$:

ليكن: $x_1\in[0;+\infty[$ و $x_2\in[0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2<x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2>-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)>f(x_2)$

ومنه الدالة f تناقصية على $[0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0]$:

ليكن: $x_1\in]-\infty;0]$ و $x_2\in]-\infty;0]$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $x_1^2>x_2^2$ ومنه $-\frac{1}{4}x_1^2<-\frac{1}{4}x_2^2$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

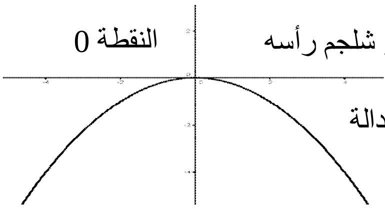
ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0]$

(4

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

5) الدالة f تقبل قيمة دنيا

6) التمثيل المبياني للدالة f هو شلجم رأسه النقطة 0



تمرين 4: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=-3x^2$ 2) $f(x)=5x^2$ 3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$

أجوبة: 1) $f(x)=-3x^2$ اذن $a=-3<0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	0	↘

2) $f(x)=5x^2$ اذن $a=5>0$:

3) $f(x)=\frac{7}{2}x^2$ اذن $a=\frac{7}{2}>0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

4. الدالة: $f(x)=\frac{a}{x}$ $(a\neq 0)$

ملخص

الحالة: $a\succ 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

الحالة: $a\prec 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

التمثيل المبياني للدالة f: بما أن f دالة فردية فانه يكفي أن نمثل f على $]0,+\infty[$ ثم نتمم منحنى الدالة f على D_f باستعمال التماثل المركزي الذي مركزه O أصل المعلم.

تعريف: منحنى الدالة $x\mapsto\frac{a}{x}$ $(a\neq 0)$ يسمى هذلولا مركزه O أصل المعلم و مستقيماه المقاربان هما $x=0$ و $y=0$.

تمرين 5: حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية :

1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ 2) $f(x)=\frac{3}{x}$

أجوبة: 1) $f(x)=\frac{-4}{x}$ $a=-4<0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

2) $f(x)=\frac{3}{x}$ $a=3>0$ اذن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

مثال 1: دراسة و تمثيل الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\frac{2}{x}$

مثال 2: دراسة و تمثيل الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\frac{-3}{x}$

تمرين : لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{-2}{x}$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.
2. أدرس زوجية الدالة f
3. أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$
4. حدد جدول تغيرات الدالة f.
5. أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

أجوبة: 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/x\neq 0\}$

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{0\}=\mathbb{R}^*$

2) أ) لكل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $\mathbb{R}^*$.

ب) $f(-x)=\frac{-2}{(-x)}=-\frac{-2}{x}=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

3) أ) دراسة رتابة الدالة f على

-5	-4	-3	-2	-1	0	1

المجال $]0;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]0;+\infty[$ و $x_2\in]0;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $\frac{1}{x_2}<\frac{1}{x_1}$ ومنه $\frac{-2}{x_2}>\frac{-2}{x_1}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على $]0;+\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;0[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;0[$ و $x_2\in]-\infty;0[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن: $\frac{1}{x_2}<\frac{1}{x_1}$ ومنه $\frac{-2}{x_2}>\frac{-2}{x_1}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

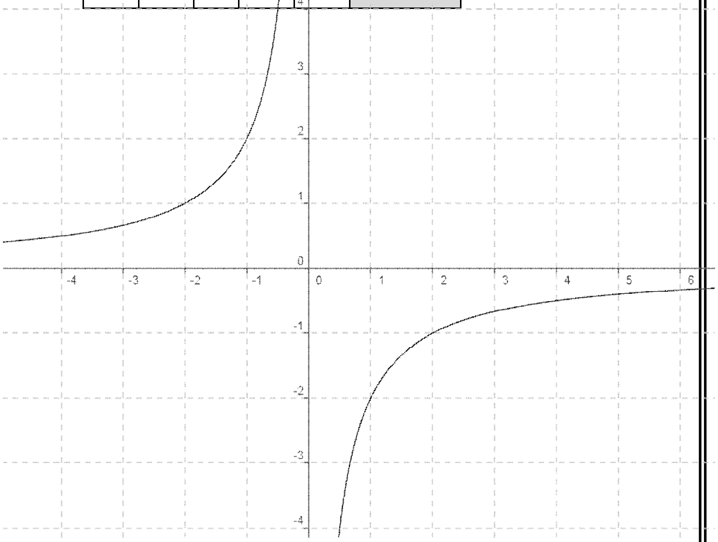
ومنه الدالة f تزايدية على $]-\infty;0[$

(4

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

(5

-2	-1	0	1	2	x
1	2		-2	-1	$f(x)$



5. التمثيل المبياني و تغيرات الدالة: $x\mapsto ax^2+bx+c$

مثال: نعتبر الدالة العددية f المعرفة كالتالي: $f(x)=2x^2+4x-2$

1)أنقل و أتمم الجدول التالي:

-4	-3	-2	-1	0	1	2	x
							$f(x)$

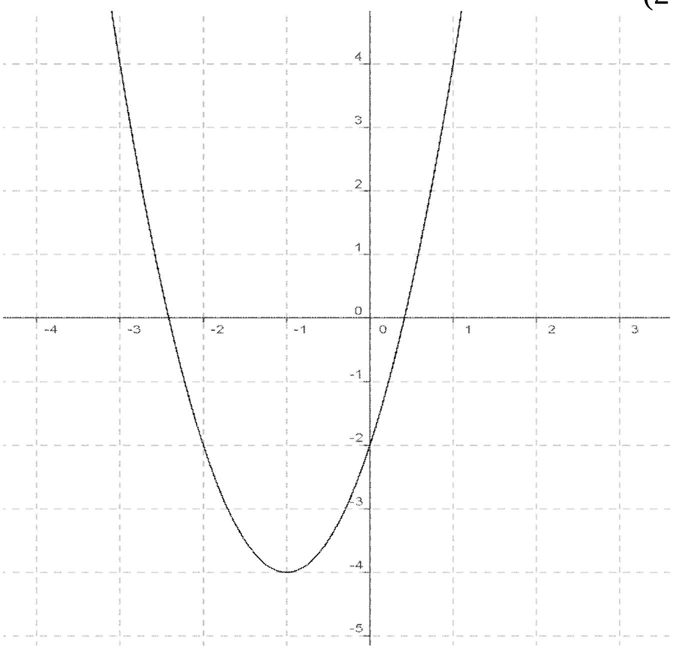
2)أرسم التمثيل المبياني للدالة f.

أجوبة

(1

-4	-3	-2	-1	0	1	2	x
14	4	-2	-4	-2	4	14	$f(x)$

(2



ملاحظة : التمثيل المبياني للدالة f يسمى شلجما رأسه $S(-1;0)$ و محوره $(D):x=-1$.

تمرين 6: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2+4x+3$.

1. بين أن: $f(x)=(x+2)^2-1$
2. حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم
3. املأ الجدول التالي

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته $(D):y=3$

5) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

أجوبة: $f(x)=x^2+4x+3$

$D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

1) $f(x)=x^2+4x+3=x^2+2\times x\times 2+2^2-2^2+3$

$f(x)=(x+2)^2-4+3=(x+2)^2-1$

2)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $(x+2)^2-1=0$

يعني $(x+2)^2=1$ يعني يعني $x+2=1$ أو $x+2=-1$

يعني $x=-1$ أو $x=-3$

ومنه نقط التقاطع هما: $B(-1;0)$ و $A(-3;0)$

ملاحظة: يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$

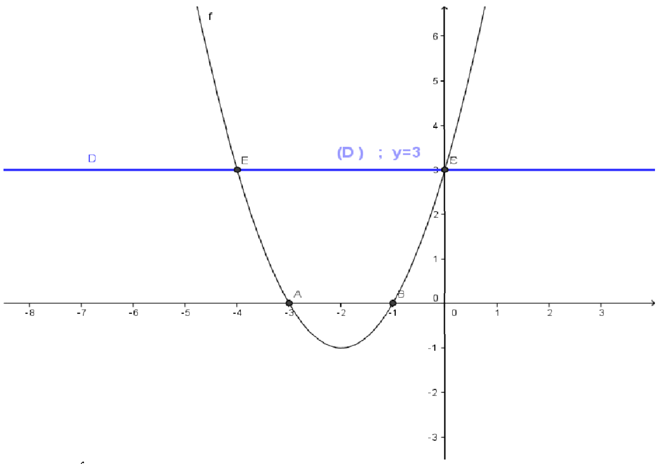
$f(0)=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;3)$

(3

-5	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	1
8	3	0	-1	0	3	8

4)رسم: C_f



5) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل المعادلة : $f(x)=y$ يعني $(x+2)^2-1=3$

يعني $(x+2)^2=4$

يعني $x+2=\sqrt{4}$ أو $x+2=-\sqrt{4}$

يعني $x+2=2$ أو $x+2=-2$

يعني $x=0$ أو $x=-4$

ومنه نقط التقاطع هما: $E(0;3)$ و $F(-4;3)$