

**تمرين 4:** حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12} \quad (2) \quad f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x + 10}{4x^2 - 1} \quad (3)$$

$$f(x) = \sqrt{-3x + 6} \quad (6) \quad f(x) = \frac{x - 5}{2x^2 - 5x - 3} \quad (5)$$

**الجواب (1):**  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 10$

يعني  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x - 12 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{4x - 12} \quad (2)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{3\} \text{ ومنه } x = 3 \text{ يعني } 4x = 12$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4x^2 - 1 \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{x + 10}{4x^2 - 1} \quad (3)$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0 \text{ يعني } 4x^2 - 1 = 0$$

$$\text{يعني } 2x - 1 = 0 \text{ أو } 2x + 1 = 0 \text{ يعني } x = \frac{1}{2} \text{ أو } x = -\frac{1}{2} \text{ ومنه}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - 2x \neq 0\} \text{ يعني } f(x) = \frac{7x - 1}{x^3 - 2x} \quad (4)$$

$$x = 0 \text{ أو } x^2 - 2 = 0 \text{ يعني } x(x^2 - 2) = 0$$

$$\text{يعني } x^2 = 2 \text{ أو } x = 0 \text{ يعني } x = \sqrt{2} \text{ أو } x = -\sqrt{2} \text{ أو } x = 0$$

$$\text{ومنهم } D_f = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$$

$$f(x) = \frac{x - 5}{2x^2 - 5x - 3} \quad (5)$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5x - 3 \neq 0\} \text{ يعني}$$

$$\text{نحل المعادلة باستعمال المميز} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$c = -3 \text{ و } b = -5 \text{ و } a = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25 + 24 = 49 = (7)^2 > 0$$

بما أن  $\Delta > 0$  فإن هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{(-5) - \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{(-5) + \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{7 + 5}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{ومنهم } D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / -3x + 6 \geq 0\} \text{ يعني } f(x) = \sqrt{-3x + 6} \quad (6)$$

$$-3x + 6 \geq 0 \text{ يعني } -3x \geq -6$$

$$D_m = ]-\infty; 2] \text{ ومنهم } x \leq 2 \text{ يعني } x \leq \frac{-6}{-3}$$

**تمرين 1:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = -2x$

أنقل و أتمم الجدول التالي:

		$\frac{5}{2}$			1	$x$
13	$\frac{2}{7}$		-1	-6		$f(x)$

**الجواب:**  $f(x) = -2x$

$-\frac{13}{2}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	3	1	$x$
13	$\frac{2}{7}$	-5	-1	-6		$f(x)$

**تمرين 2:** ليكن  $f$  الدالة العددية المعرفة كالتالي:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = 3x^2 - 1$$

1. أحسب:  $f(1)$  و  $f(-1)$  و  $f(\sqrt{2})$

2. حدد سوابق العدد 2

**الجواب (1):**  $f(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 3 - 1 = 2$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$3 \times x^2 = 3 \text{ يعني } 3 \times x^2 - 1 = 2 \text{ يعني } f(x) = 3 \times x^2 - 1 = 2$$

$$\text{يعني } x^2 = 1 \text{ يعني } x = 1 \text{ أو } x = -1 \text{ ومنهم للعدد سابقين هما } x = 1$$

$$\text{أو } x = -1$$

**تمرين 3:** حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$g(x) = \frac{x^3}{2x - 4} \quad (2) \quad f(x) = 3x^2 - x + 1 \quad (1)$$

$$m(x) = \sqrt{2x - 4} \quad (4) \quad h(x) = \frac{5x + 10}{x^2 - 9} \quad (3)$$

**الجواب (1):**  $f(x) = 3x^2 - x + 1$

يعني  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \neq 0\} \text{ يعني } g(x) = \frac{x^3}{2x - 4} \quad (2)$$

$$2x - 4 = 0 \text{ يعني } 2x = 4 \text{ يعني } x = 2$$

$$\text{ومنهم } D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 9 \neq 0\} \text{ يعني } h(x) = \frac{5x + 10}{x^2 - 9} \quad (3)$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0 \text{ يعني } x^2 - 9 = 0$$

$$D_h = \mathbb{R} - \{-3; 3\} \text{ ومنهم } x = 3 \text{ أو } x = -3$$

$$D_m = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 4 \geq 0\} \text{ يعني } m(x) = \sqrt{2x - 4} \quad (4)$$

$$D_m = [2; +\infty[ \text{ ومنهم } x \geq 2 \text{ يعني } 2x - 4 \geq 0$$

**تمرين 5:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{2x}{x+2} \text{ و ليكن}$$

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$

( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$

و ليكن  $A$  و  $B$  نقط أفصاليها هي  $-1$  و  $2$  على التوالي

(1) حدد أرتاب  $A$  و  $B$  علما أنهما ينتميان إلى ( $C_f$ ).

(2) لنكن  $E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right)$ ,  $F(-3; 5)$ ,  $G(1; 0)$  نقط من المستوى. هل

النقط  $E$ ,  $F$  و  $G$  تنتمي للمنحنى ( $C_f$ )؟

**الجواب:** (1)  $A \in (C_f)$  يعني  $A(-1; f(-1))$

$$A(-1; -2): \text{ ومنه } f(-1) = \frac{2 \times (-1)}{-1+2} = -2$$

$$B(2; 1): \text{ ومنه } f(2) = \frac{2 \times 2}{2+2} = 1 \quad B(2; f(2)) \text{ يعني } B \in (C_f)$$

$$E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f): \text{ ومنه } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)+2} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \text{ لدينا } E\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in (C_f)$$

$$F(-3; 5) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(-3) = \frac{2 \times (-3)}{(-3)+2} = 6 \neq 5 \text{ لدينا } F(-3; 5) \notin (C_f)$$

$$G(1; 0) \notin (C_f): \text{ ومنه } f(1) = \frac{2 \times 1}{1+2} = \frac{2}{3} \neq 0 \text{ لدينا } G(1; 0) \notin (C_f)$$

**تمرين 6:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = x^2$$

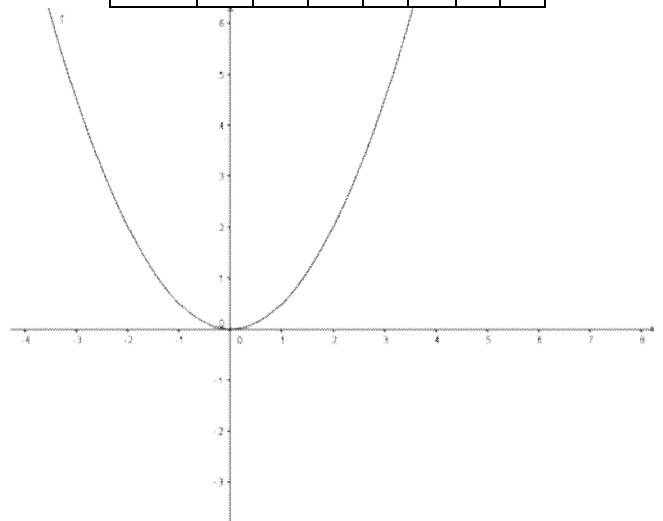
أرسم ( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المعلم ( $\vec{j}; \vec{i}$ ) ماذا تلاحظ

بالنسبة لمنحنى الدالة؟

**الجواب:** نلاحظ من خلال الحساب أن: التمثيل المبياني متماثل بالنسبة لمحور  $O$

لأرتاب وأن عددين متقابلين لهما نفس الصورة

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9



**تمرين 7:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$

2. بين أن  $f$  دالة زوجية

3. أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$

4. اعط تأويلا مبيانيا

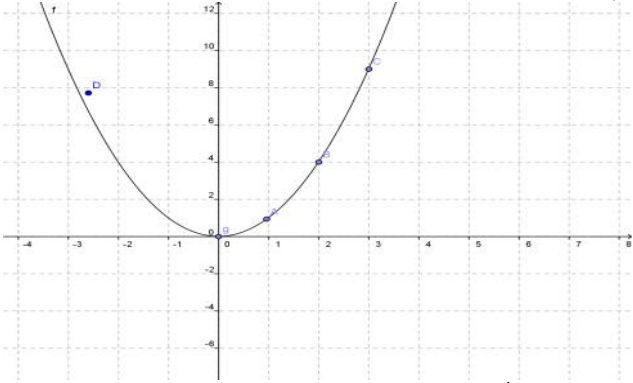
**أجوبة: (1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

(2) أ) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}$ .

$$f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 = f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه  $f$  دالة زوجية

(3)



(4) محور الأرتاب محور تماثل المنحنى  $C_f$ .

**تمرين 8:** نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة

$$f(x) = \frac{2}{x} \text{ كالتالي:}$$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$

2. بين أن  $f$  دالة فردية

3. أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$

4. اعط تأويلا مبيانيا

**أجوبة: (1)**  $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

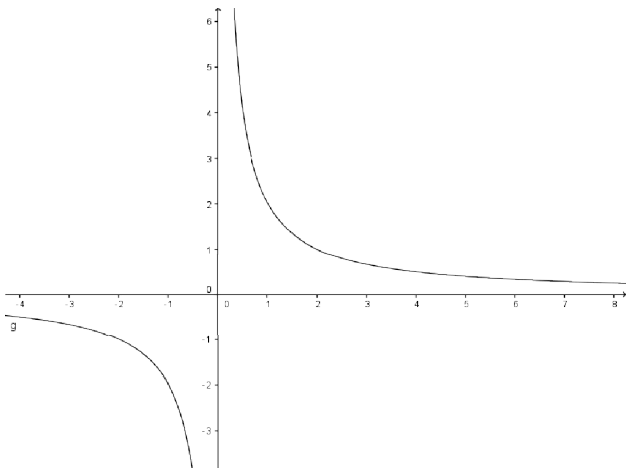
ومنه:  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$

(2) أ) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}^*$ .

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \text{ (ب)}$$

ومنه  $f$  دالة فردية (3)

$x$	0	1	2	3
$f(x)$		2	1	$\frac{2}{3}$



(4) نقطة  $O$  مركز تماثل المنحنى  $C_f$ .

**تمرين 9:** أدرس رتبة الدوال المعرفة كالتالي :

$$f(x) = -3x + 2 \quad (2) \quad f(x) = 4x - 3 \quad (1)$$

**أجوبة: 1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

ليكن:  $x_1 \in \mathbb{R}$  و  $x_2 \in \mathbb{R}$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن:  $4x_1 < 4x_2$  اذن:  $4x_1 - 3 < 4x_2 - 3$  اذن:  $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $\mathbb{R}$

$$(2) \quad f(x) = -3x + 2$$

$D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

ليكن:  $x_1 \in \mathbb{R}$  و  $x_2 \in \mathbb{R}$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن:  $-3x_1 > -3x_2$  اذن:  $-3x_1 + 2 > -3x_2 + 2$  اذن:  $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $\mathbb{R}$

**تمرين 10:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{2}{x+1}$

(1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(2) أدرس رتبة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]-1; +\infty[$  و  $]-\infty; -1[$ .

(3) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .

**أجوبة: 1)**  $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0\}$

$x+1=0$  يعني  $x=-1$  ومنه:  $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

(2) أ) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]-1; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in ]-1; +\infty[$  و  $x_2 \in ]-1; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن  $x_1 + 1 < x_2 + 1$  ومنه  $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$  ومنه  $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي  $f(x_1) > f(x_2)$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $]-1; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; -1[$

ليكن:  $x_1 \in ]-\infty; -1[$  و  $x_2 \in ]-\infty; -1[$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن  $x_1 + 1 < x_2 + 1$  ومنه  $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$  ومنه  $\frac{2}{x_1 + 1} > \frac{2}{x_2 + 1}$

أي  $f(x_1) > f(x_2)$  ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $]-\infty; -1[$

(3) جدول تغيرات الدالة  $f$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$		$\searrow$

**تمرين 11:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما

$$f(x) = 2x + 1$$

(1) أدرس رتبة الدالة  $f$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .

**أجوبة: 1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

ليكن:  $x_1 \in \mathbb{R}$  و  $x_2 \in \mathbb{R}$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن:  $2x_1 < 2x_2$  ومنه  $2x_1 + 1 < 2x_2 + 1$  أي

$$f(x_1) < f(x_2)$$

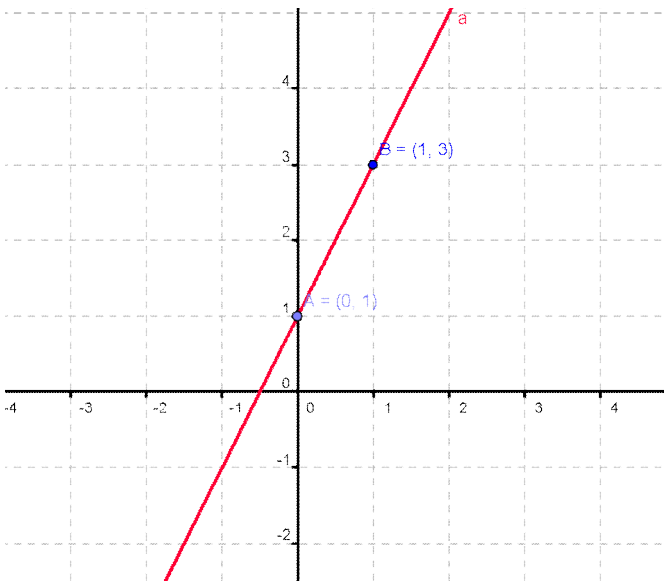
ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $\mathbb{R}$

(2)

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$

(3) التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو مستقيم

$x$	0	1
$f(x) = 2x + 1$	1	3



**تمرين 12:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$f(x) = -3x$$

(1) أدرس رتبة الدالة  $f$

(2) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .

**أجوبة: 1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

ليكن:  $x_1 \in \mathbb{R}$  و  $x_2 \in \mathbb{R}$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن:  $-3x_1 > -3x_2$  اذن:  $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $\mathbb{R}$

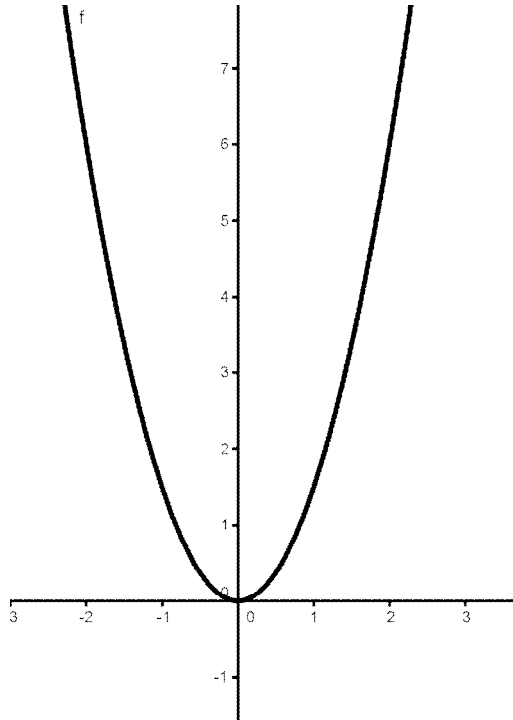
(2)

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$

(3) التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو مستقيم

$x$	0	1
$f(x) = -3x$	0	-3

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$



**تمرين 14:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ .

- (1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
- (2) أدرس زوجية الدالة  $f$
- (3) أدرس رتابة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[0; +\infty[$  و  $]-\infty; 0]$
- (4) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (5) هل الدالة  $f$  تقبل قيمة دنيا أو قيمة قصوى؟
- (6) أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(\vec{a}; \vec{i}; \vec{j})$ .

**أجوبة: (1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

(2) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}$ .

$$(ب) f(-x) = -\frac{1}{4}(-x)^2 = -\frac{1}{4}x^2 = f(x)$$

ومنه  $f$  دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتابة الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in [0; +\infty[$  و  $x_2 \in [0; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 < x_2^2 \text{ ومنه } -\frac{1}{4}x_1^2 > -\frac{1}{4}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $[0; +\infty[$

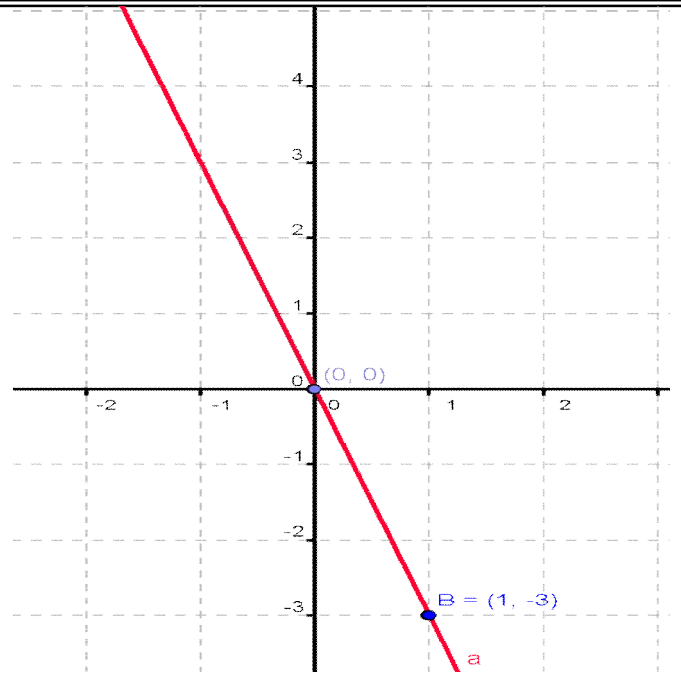
(ب) دراسة رتابة الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0]$ :

ليكن:  $x_1 \in ]-\infty; 0]$  و  $x_2 \in ]-\infty; 0]$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 > x_2^2 \text{ ومنه } -\frac{1}{4}x_1^2 < -\frac{1}{4}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $]-\infty; 0]$

(4)



**تمرين 13:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أدرس زوجية الدالة  $f$
3. أدرس رتابة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[0; +\infty[$  و  $]-\infty; 0]$
4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
5. أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم  $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ .

**أجوبة: (1)**  $D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

(2) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}$ .

$$(ب) f(-x) = \frac{3}{2}(-x)^2 = \frac{3}{2}x^2 = f(x)$$

ومنه  $f$  دالة زوجية

(3) أ) دراسة رتابة الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in [0; +\infty[$  و  $x_2 \in [0; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 < x_2^2 \text{ ومنه } \frac{3}{2}x_1^2 < \frac{3}{2}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $[0; +\infty[$

(ب) دراسة رتابة الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0]$ :

ليكن:  $x_1 \in ]-\infty; 0]$  و  $x_2 \in ]-\infty; 0]$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } x_1^2 > x_2^2 \text{ ومنه } \frac{3}{2}x_1^2 > \frac{3}{2}x_2^2 \text{ أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $]-\infty; 0]$

(4) حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		0	

(5) رسم التمثيل المبياني للدالة  $f$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

**تمرين 17:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{2}{x}$

- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
- أدرس زوجية الدالة  $f$ .
- أدرس رتبة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]0; +\infty[$  و  $]-\infty; 0[$ .
- حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

**أجوبة:**

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} \quad (1)$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^* \quad \text{ومنه:}$$

(2) أ) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}^*$ .

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)} = -\frac{2}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه  $f$  دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in ]0; +\infty[$  و  $x_2 \in ]0; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$

ليكن:  $x_1 \in ]-\infty; 0[$  و  $x_2 \in ]-\infty; 0[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{2}{x_1} > \frac{2}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) > f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تناقصية على  $]-\infty; 0[$

(4)

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

(5)

-2	-1	0	1	2	$x$
-1	-2		2	1	$f(x)$

التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو هذلول مركزه 0

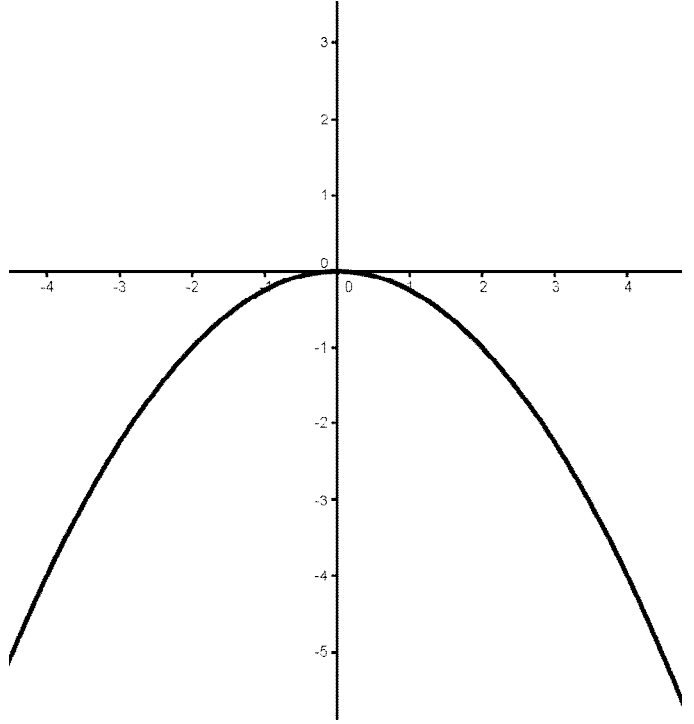
ومقرباه هما المستقيمين:  $x = 0$  و  $y = 0$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↘		↗

(5) الدالة  $f$  تقبل قيمة دنيا

(6) التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو شلجم رأسه النقطة 0

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{9}{4}$



**تمرين 15:** حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{7}{2}x^2 \quad (3) \quad f(x) = 5x^2 \quad (2) \quad f(x) = -3x^2 \quad (1)$$

**أجوبة:** (1)  $f(x) = -3x^2$   $a = -3 < 0$  اذن:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↗		↘

(2)  $f(x) = 5x^2$   $a = 5 > 0$  اذن:

$$f(x) = \frac{7}{2}x^2 \quad (3) \quad a = \frac{7}{2} > 0 \quad \text{اذن:}$$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↘		↗

**تمرين 16:** حدد جدول تغيرات الدالة في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad (2) \quad f(x) = \frac{-4}{x} \quad (1)$$

**أجوبة:** (1)  $f(x) = \frac{-4}{x}$   $a = -4 < 0$  اذن:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	↗		↗

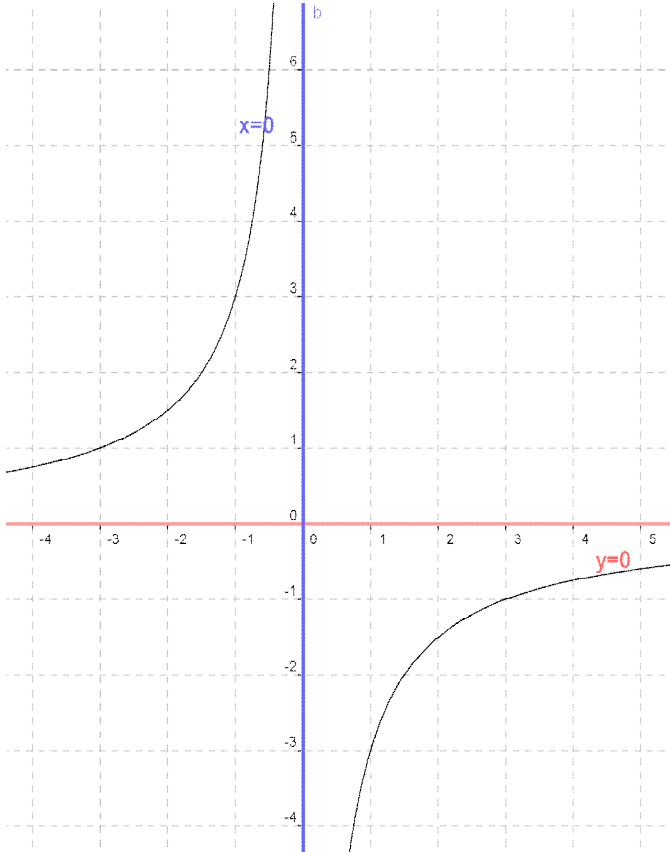
(2)  $f(x) = \frac{3}{x}$   $a = 3 > 0$  اذن:

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$			

(5)

-3	-1	0	1	3	$x$
1	3		-3	-1	$f(x)$

التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو هذلول مركزه 0 ومقرباه هما المستقيمين  $x=0$  و  $y=0$



**تمرين 191:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{-2}{x}$

6. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
7. أدرس زوجية الدالة  $f$ .
8. أدرس رتبة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]0; +\infty[$  و  $] -\infty; 0[$ .
9. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
10. أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

**أجوبة: (1)**  $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$

ومنه:  $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

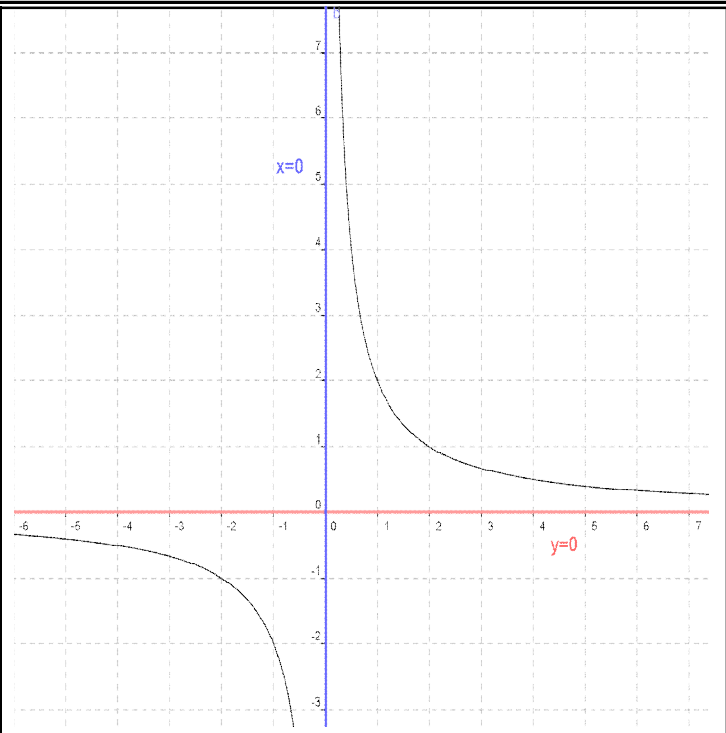
(2) أ) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}^*$ .

$$f(-x) = \frac{-2}{(-x)} = -\frac{-2}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه  $f$  دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in ]0; +\infty[$  و  $x_2 \in ]0; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$



**تمرين 18:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{-3}{x}$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
2. أدرس زوجية الدالة  $f$ .
3. أدرس رتبة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]0; +\infty[$  و  $] -\infty; 0[$ .
4. حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ .
5. أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

**أجوبة:**

$$(1) D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$$

ومنه:  $D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

(2) أ) لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $\mathbb{R}^*$ .

$$f(-x) = \frac{-3}{(-x)} = -\frac{-3}{x} = -f(x) \quad \text{ب)}$$

ومنه  $f$  دالة فردية

(3) أ) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ :

ليكن:  $x_1 \in ]0; +\infty[$  و  $x_2 \in ]0; +\infty[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتبة الدالة  $f$  على المجال  $] -\infty; 0[$

ليكن:  $x_1 \in ] -\infty; 0[$  و  $x_2 \in ] -\infty; 0[$  بحيث  $x_1 < x_2$

$$\text{اذن: } \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \quad \text{ومنه } \frac{-3}{x_1} < \frac{-3}{x_2} \quad \text{أي } f(x_1) < f(x_2)$$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $] -\infty; 0[$

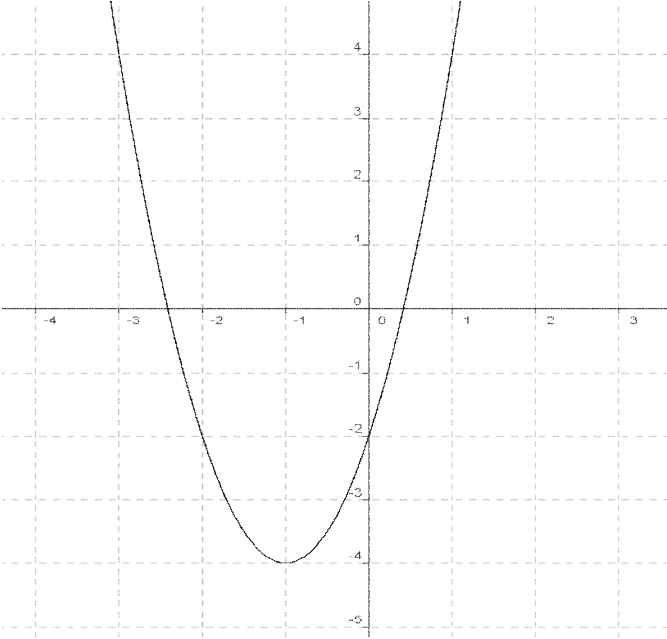
(4)

## أجوبة

(1)

-4	-3	-2	-1	0	1	2	$x$
14	4	-2	-4	-2	4	14	$f(x)$

(2)



**ملاحظة:** التمثيل المبياني للدالة  $f$  يسمى شلجما رأسه  $S(-1;0)$

و محوره  $x = -1$  :  $(D)$ .

**تمرين 21:** لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

1. بين أن:  $f(x) = (x+2)^2 - 1$

2. حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محوري المعلم

3. املا الجدول التالي

4. أرسم  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  و المستقيم  $(D)$  الذي

معادته  $y = 3$  :  $(D)$

5. حدد نقط تقاطع  $(C_f)$  و  $(D)$

**أجوبة:**  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

$D_f = \mathbb{R}$  لأنها دالة حدودية

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 - 2^2 + 3$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1$$

2) أ) نقط تقاطع  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة:  $f(x) = 0$  يعني  $(x+2)^2 - 1 = 0$

يعني  $(x+2)^2 = 1$  يعني  $x+2 = 1$  أو  $x+2 = -1$

يعني  $x = -1$  أو  $x = -3$

ومنه نقط التقاطع هما:  $A(-3;0)$  و  $B(-1;0)$

**ملاحظة:** يمكن حل المعادلة باستعمال المميز

ب) نقط تقاطع  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محور الأرتايب

نحسب فقط:  $f(0)$

اذن:  $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$  ومنه  $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$  أي  $f(x_1) < f(x_2)$

ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $]0; +\infty[$

ب) دراسة رتابة الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$

ليكن:  $x_1 \in ]-\infty; 0[$  و  $x_2 \in ]-\infty; 0[$  بحيث  $x_1 < x_2$

اذن:  $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$  ومنه  $\frac{-2}{x_1} < \frac{-2}{x_2}$  أي  $f(x_1) < f(x_2)$

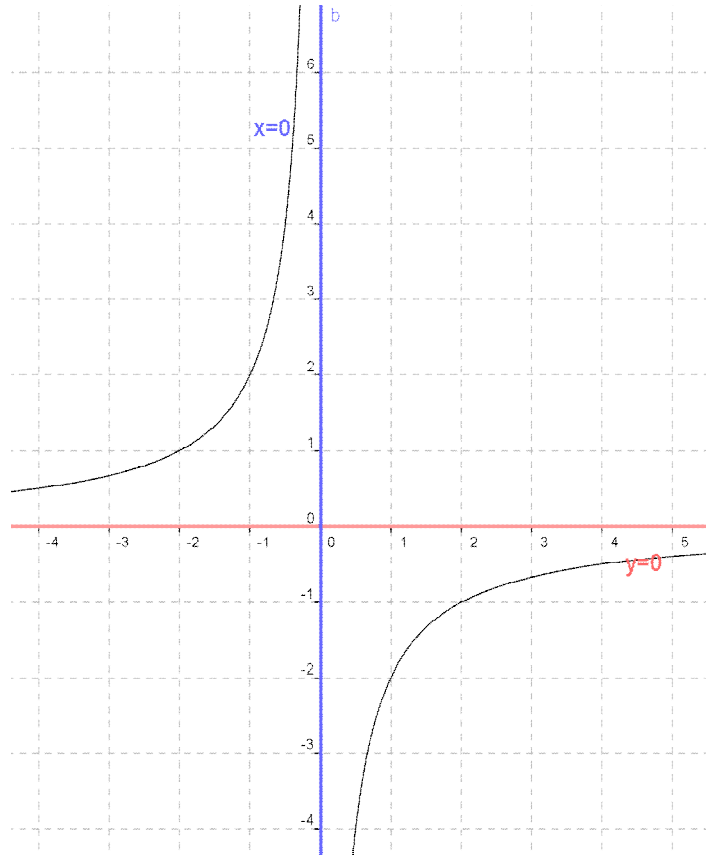
ومنه الدالة  $f$  تزايدية على  $]-\infty; 0[$

(4)

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\parallel$	$\nearrow$

(5)

-2	-1	0	1	2	$x$
1	2		-2	-1	$f(x)$



**تمرين 20:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة

كالتالي:  $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

1) أنقل و أتمم الجدول التالي:

-4	-3	-2	-1	0	1	2	$x$
							$f(x)$

2) أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .

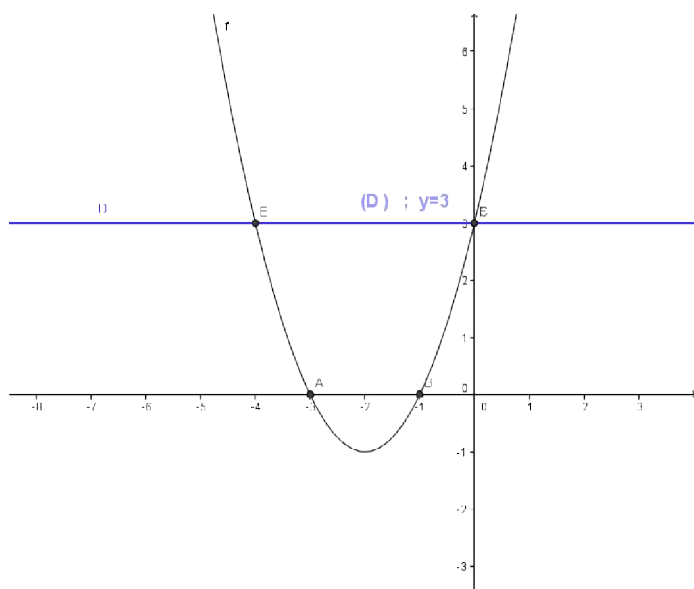
$$f(0)=3$$

ومنه نقطة التقاطع هي:  $C(0;3)$

(3)

-5	-4	-3	-2	-1	0	1
8	3	0	-1	0	3	8

(4) رسم:  $C_f$



(5) نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة  $f$  مع محور الأفاصيل

نحل المعادلة:  $f(x) = y$  يعني  $(x+2)^2 - 1 = 3$

يعني  $(x+2)^2 = 4$

يعني  $x+2 = \sqrt{4}$  أو  $x+2 = -\sqrt{4}$

يعني  $x+2 = 2$  أو  $x+2 = -2$

يعني  $x = 0$  أو  $x = -4$

ومنه نقط التقاطع هما:  $E(0;3)$  و  $F(-4;3)$