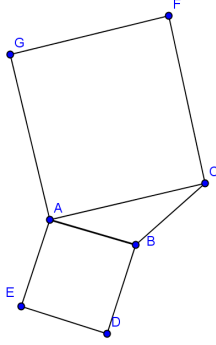


تمرين 3: مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجبة $(\overline{AB}, \overline{AC})$ موجب .

ننشئ خارج المثلث $ABDE$ المربعين $ACFG$ و $ABDE$ ونعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاوية $\frac{\pi}{2}$

(1) حدد $r(E)$ و $r(C)$ وبين أن: $(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$

أجوبة: (1)



لدينا: $r(E) = B$ ومنه $\begin{cases} AE = AB \\ (\overline{AE}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

لدينا: $r(C) = G$ ومنه $\begin{cases} AC = AG \\ (\overline{AC}, \overline{AG}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ولدينا: $r(A) = A$ لأن A مركز الدوران r

(2) من 1 و 2 و 3 وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا فان:

$$(\overline{CA}, \overline{CE}) \equiv (\overline{GA}, \overline{GB}) [2\pi]$$

تمرين 4: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث: $(\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

و I و J نقطتان من المستوى بحيث: $\overline{AI} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ و $\overline{BJ} = \frac{1}{4} \overline{BC}$

ولیکن r الدوران الذي مركزه O وزاوية $\frac{\pi}{2}$

بين أن: $OI = OJ$ وأن: $(OI) \perp (OJ)$

الجواب:

يكفي أن نبين أن: $r(I) = J$ ؟؟؟؟

نضع: $r(I) = I'$

لدينا: $r(A) = B$ ومنه $\begin{cases} OA = OB \\ (\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ولدينا: $\overline{AI} = \frac{1}{4} \overline{AB}$ اذن: $\overline{BI'} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ لأن الدوران يحافظ على

معامل استقامية متجهتين

تمرين 1: ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في A بحيث: $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

ولیکن O منتصف القطعة $[BC]$

1. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران r' الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

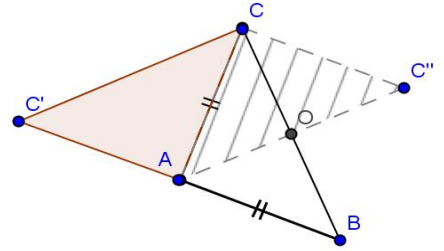
أجوبة: (1) لأن $r(A) = A$ مركز الدوران r :

$$\begin{cases} AB = AC \\ (\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \text{ لأن } r(B) = C \text{ و}$$

$r(B) = C'$ ومنه صورة المثلث ABC بالدوران r هو المثلث: ACC'

(1) $r'(C) = C''$ و $r'(B) = A$ و $r'(A) = C$

ومنه صورة المثلث ABC بالدوران r هو المثلث: ACC''



تمرين 2: ABC مثلثا ننشئ خارجة مثلثين ABD و ACE متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن: $BE = CD$

2. بين أن: $(BE) \perp (CD)$

أجوبة: (1)

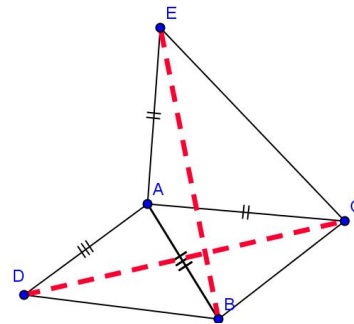
نعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

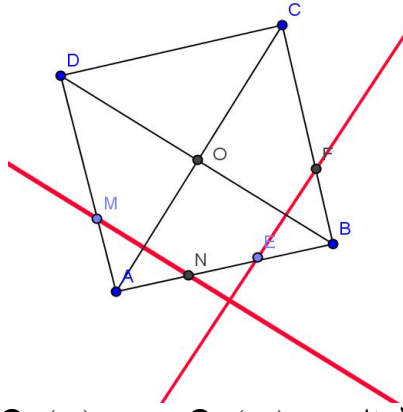
لدينا: $r(D) = B$ ومنه $\begin{cases} AD = AB \\ (\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ولدينا: $r(C) = E$ ومنه $\begin{cases} AC = AE \\ (\overline{AC}, \overline{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

من 1 و 2 وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان: $BE = CD$

(2) لدينا: $r(D) = B$ و $r(C) = E$ اذن: $(BE) \perp (CD)$ وهذا يعني أن: $(\overline{CD}, \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$





لدينا : $r(M) = E$ و $r(N) = F$ من 1 و 2 نستنتج أن :

$$(EF) \perp (MN) \text{ أي أن } (\overline{MN}, \overline{EF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

(2) صورة المستقيم (BD) بالدوران r ؟؟؟

لدينا : $r(B) = C$: ان : $\begin{cases} OB = OC \\ (\overline{OB}, \overline{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

ولدينا : $r(D) = A$: ان : $\begin{cases} OD = OA \\ (\overline{OD}, \overline{OA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

من 1 و 2 نستنتج أن : $r((BD)) = (AC)$ (3) $DN = FA$ ؟؟؟

ولدينا : $r(D) = A$ و $r(N) = F$ اذن : $DN = FA$ لأن : الدوران يحافظ على المسافة

(ب) نبين أن : $(EF) \parallel (AC)$:
لدينا : $(MN) \parallel (BD)$ حسب المعطيات ولدينا :

$$r((MN)) = (EF) \text{ و } r((BD)) = (AC) \text{ و بما أن : الدوران يحافظ على التوازي فان : } (EF) \parallel (AC)$$

تمارين للبحث

تمرين 1: $ABCD$ مربع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r الذي مركزه A و $r(D) = B$

2. حدد زاوية الدوران r' الذي مركزه C و $r'(D) = B$

تمرين 2: ABC مثلث متساوي الأضلاع بحيث : $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

1. حدد زاوية الدوران r_1 الذي مركزه B و يحول A إلى C

2. حدد مركز و زاوية الدوران r_2 الذي يحول A إلى B و B إلى C .

تمرين 3: $ADEF$ مربع بحيث : $(\overline{AD}, \overline{AF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

ننشئ خارجه المثلث CED متساوي الأضلاع و داخله المثلث BEF متساوي الأضلاع

1. نعتبر الدوران r الذي مركزه E و زاوية $\frac{\pi}{3}$

بين أن : $r(D) = C$ و $r(F) = B$

2. لتكن النقطة A_1 بحيث : $r(A_1) = A$

(a) بين أن المثلث AEA_1 متساوي الأضلاع

(b) بين أن النقط : D و A_1 و F مستقيمية

(c) استنتج أن النقط : A و B و C مستقيمية

ونعلم أن : $\overline{BJ} = \frac{1}{4} \overline{BC}$ 2

من 1 و 2 نستنتج أن : $\overline{BI'} = \overline{BJ}$ أي $I' = J$ أي $I = J$

وبالتالي : $\begin{cases} OI = OJ \\ (\overline{OI}, \overline{OJ}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$

تمرين 5: ABC مثلث قائم الزاوية A و متساوي الساقين فبحيث : O منتصف القطعة $[BC]$ و $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

وليكن D بحيث : $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ وليكن E بحيث : $\overline{CE} = \frac{2}{3} \overline{CA}$

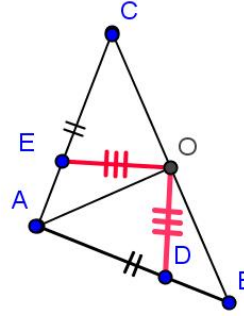
باعتبار الدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ بين أن المثلث ODE قائم الزاوية و متساوي الساقين في O

قائم الزاوية و متساوي الساقين في O

الجواب :

يكفي أن نبين أن : $r(E) = D$ ؟؟؟؟

نضع : $r(E) = E'$



لدينا : $r(E) = E'$: $\begin{cases} OE = OE' \\ (\overline{OE}, \overline{OE'}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه :

1 $r(C) = A$

ولدينا : $r(A) = B$: $\begin{cases} OA = OB \\ (\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ ومنه :

2 $r(A) = B$

ولدينا : $\overline{CE} = \frac{2}{3} \overline{CA}$ 3 اذن من 1 و 2 و 3 نجد أن

4 $\overline{AE'} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ لأن الدوران : يحافظ على معامل استقامية متجهتين

ونعلم أن : $\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB}$ 5

من 4 و 5 نستنتج أن : $\overline{AE'} = \overline{AD}$ أي $E' = D$ أي $r(E) = D$

وبالتالي : $\begin{cases} OE = OD \\ (\overline{OE}, \overline{OD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases}$ يعني ان : أن المثلث ODE قائم الزاوية

و متساوي الساقين في O

تمرين 6: $ABCD$ مربع مركزه O بحيث : $(\overline{OA}, \overline{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

و (D) مستقيم يوازي المستقيم (BD) و يقطع (AD) في M و (AB) في N

وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاوية $\frac{\pi}{2}$

نعتبر النقطتين E و F صورتي النقطتين M و N بالدوران r على التوالي.

1. أرسم الشكل و بين أن : $(EF) \perp (MN)$

2. حدد صورة المستقيم (BD) بالدوران r

3. (أ) بين أن : $DN = FA$ (ب) بين أن : $(EF) \parallel (AC)$

الأجوبة (1)

انظر الشكل جانبه