

A

## تصحيح الفروض المحروس رقم 4

تمرين 1:

(3ن) (1.5+1.5)

log هو دالة اللوغاريتم العشري و علما أن  $\log 2 \approx 0,3$  و  $\log 11 \approx 1,1$ أحسب :  $\log 22$  و  $\log \left( \frac{2}{11} \right)$  و  $\log 11000$ **الأجوبة:**  $\log(22) = \log(2 \times 11) = \log(2) + \log(11) = 0,3 + 1,1 = 1,4$  $\log \left( \frac{2}{11} \right) = \log(2) - \log(11) = 0,3 - 1,1 = -0,8$  $\log(3000) = \log(3 \times 1000) = \log(3) + \log(1000) = 0,5 + \log(10^3)$  $\log(11000) = \log(11 \times 1000) = \log(11) + \log(1000) = \log(11) + \log(10^3)$  $\log(11000) = 1,1 + 3\log(10) = 1,1 + 3 \times 1 = 4,1$ 

تمرين 2:

(6ن): (1,5 لكل سؤال)

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

$$\frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}} = e^{2x-1} \quad (3) \quad e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}} \quad (2) \quad e^{2-x} \times e^{2x} = e \quad (1)$$

$$(e^x - 2)(e^x + 3) = 0 \quad (4)$$

**الأجوبة:**

$$e^{2-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{2-x} \times e^{2x} = e \quad (1)$$

$$S = \{-1\} \quad \text{ومنه } x = -1 \Leftrightarrow 2 + x = 1 \Leftrightarrow e^{2+x} = e^1 \Leftrightarrow$$

$$e^{6x-4} = e^{-(2x-1)} \Leftrightarrow e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}} \quad (2)$$

$$8x = 5 \Leftrightarrow 6x - 4 = -2x + 1 \Leftrightarrow e^{6x-4} = e^{-2x+1} \Leftrightarrow$$

$$S = \left\{ \frac{5}{8} \right\} \quad \text{ومنه } x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow$$

$$e^{(6x-4)-(2x-1)} = e^{2x-1} \Leftrightarrow \frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}} = e^{2x-1} \quad (3)$$

$$6x - 4 - 2x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow (6x - 4) - (2x - 1) = 2x - 1$$

$$S = \{1\} \quad \text{ومنه } x = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow$$

$$e^x + 3 = 0 \text{ أو } e^x - 2 = 0 \Leftrightarrow (e^x - 2)(e^x + 3) = 0 \quad (4)$$

يعني  $e^x = -3$  أو  $e^x = 2$  ونعلم أن:  $e^x > 0$  مهما تكن  $x$  من  $\mathbb{R}$ ومنه المعادلة  $e^x = -3$  ليس لها حل في  $\mathbb{R}$  $e^x = 2$  تعني  $x = \ln 2$  وبالتالي:  $S = \{\ln 2\}$ 

تمرين 3:

(3ن) (1,5+1,5)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 2}{e^x - 4} \quad (1) \quad \text{أحسب النهايات التالية:}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0: \text{ لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 2}{e^x - 4} = \frac{0-2}{0-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \quad (1: \text{الأجوبة})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \frac{+\infty}{+\infty} \quad (3) \quad \text{ش غ م}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left( 2 + \frac{1}{e^x} \right)}{e^x \left( 6 - \frac{2}{e^x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{e^x}}{6 - \frac{2}{e^x}} = \frac{2-0}{6-0} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0 \text{ أي } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

تمرين 4: (2,5)

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي:  $g(x) = \frac{e^x - 2}{e^x - 1}$ **الأجوبة:**

$$\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{(u)' \times (v) - (u) \times (v)'}{(v)^2} \quad \text{نستعمل الخاصية التالية:}$$

$$g'(x) = \left( \frac{e^x - 2}{e^x - 1} \right)' = \frac{(e^x - 2)' \times (e^x - 1) - (e^x - 2) \times (e^x - 1)'}{(e^x - 1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^x \times (e^x - 1) - (e^x - 2) \times e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x \times e^x - e^x - e^x \times e^x + 2e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

تمرين 5: (6ن) (0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = e^x + 3x$ (1) حدد  $D_f$  (2) أحسب  $f(0)$  و  $f(1)$  (أعط قيمة مقربة للنتائج)(3) أحسب  $f'(x)$  و بين أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على  $D_f$ (4) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  حدد جدول تغيرات الدالة  $f$ **الأجوبة:**

$$f(0) = e^0 + 3 \times 0 = 1 + 0 = 1 \quad (2) \quad D_f = \mathbb{R} \quad (1)$$

$$f(1) = e^1 + 3 \times 1 = e + 3 \approx 2,7 + 3 = 5,7$$

$$f'(x) = (e^x + 3x)' = (e^x)' + (3x)' = e^x + 3 > 0 \quad (3)$$

لأن:  $e^x > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$  ومنه  $f$  تزايدية قطعاً على  $\mathbb{R}$ 

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 3x = 0 + 3(-\infty) = -\infty \quad (4) \quad \text{أحسب}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 3x = +\infty + 3(+\infty) = +\infty$$

(5) جدول تغيرات الدالة  $f$ 

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$