



## تصحيح الفرض الثاني

## أولمبياد الرياضيات

## المستوى: أجزع المشترك العلمي

## التعريف الأول

لدينا  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث :  $-2 \leq a \leq 1$  و  $-1 \leq b \leq 2$  :

$-1 \leq b \leq 2$	: لدينا	$-2 \leq a \leq 1$	: لدينا
$-3 \leq b-2 \leq 0$	: إذن	$-1 \leq a+1 \leq 2$	: إذن
$0 \leq (b-2)^2 \leq 9$	: يعني	$0 \leq (a+1)^2 \leq 4$	: يعني
$0 \leq b^2 - 4b + 4 \leq 9$	: أي	$0 \leq a^2 + 2a + 1 \leq 4$	: أي
$-4 \leq b^2 - 4b \leq 5$	: أي		
(2) : $-5 \leq -b^2 + 4b \leq 4$	: ومنه	(1) : $-1 \leq a^2 + 2a \leq 3$	: ومنه

بجمع (1) و (2) نجد :  $-1-5 \leq a^2 + 2a - b^2 + 4b \leq 3+4$   
وبالتالي فإن :  $-6 \leq a^2 - b^2 + 2a + 4b \leq 7$

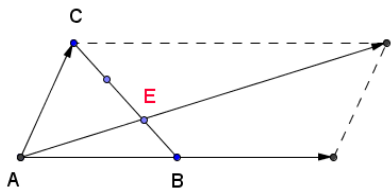
## التعريف الثاني

لدينا :  $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}$   
إذن :  $= \sqrt{2^2 - \sqrt{2+\sqrt{2}}^2}$   
 $= \sqrt{4 - (2+\sqrt{2})}$   
 $= \sqrt{2-\sqrt{2}}$   
إذن حسب ما سبق لدينا :  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}}$   
إذن :  $= \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$   
يعني :  $= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2}$   
إذن :  $= \sqrt{2} \cdot \sqrt{4-2}$   
وبالتالي :  $= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$   
وبالتالي :  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = 2$



## التعريف الثالث

لدينا :  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



وحيث أن:  $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BE}$  أي:  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

فإن:  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BE}$

إذن:  $= 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) = 3\overrightarrow{AE}$

إذن:  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AE}$

وبالتالي: النقط  $A$  و  $E$  و  $D$  مستقيمات.

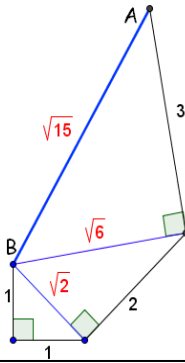
## التعريف الرابع

لدينا :  $\sqrt{6}^2 = 2^2 + \sqrt{2}^2$  و  $\sqrt{15}^2 = 3^2 + \sqrt{6}^2$

$$\sqrt{2}^2 = 1^2 + 1^2$$

وباستعمال مبرهنت فيثاغورس على ثلاث مثلثات - انظر الشكل -

نحصل على القطعت  $[AB]$  طولها  $AB = \sqrt{15}$ .



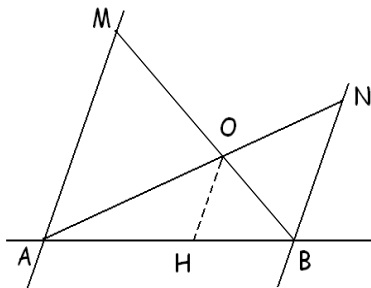
## التعريف الخامس

- نعتبر المثلث  $AMB$  لدينا  $(AM) \parallel (OH)$  إذن حسب مبرهنت طاليس المباشرة :

$$(1) : \frac{OH}{AM} = \frac{BH}{BA}$$

- نعتبر المثلث  $ANB$  لدينا  $(BN) \parallel (OH)$  إذن حسب مبرهنت طاليس المباشرة :

$$(2) : \frac{OH}{BN} = \frac{AH}{AB}$$



بجمع (1) و (2) نجد :  $\frac{OH}{AM} + \frac{OH}{BN} = \frac{AH}{AB} + \frac{BH}{BA}$

وحيث أن:  $AH + BH = AB$  و  $H \in [AB]$

فإن :  $OH \left( \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN} \right) = \frac{AH + BH}{AB} = \frac{AB}{AB} = 1$

ومنه :  $OH \left( \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN} \right) = 1$

$$\frac{1}{OH} = \frac{1}{AM} + \frac{1}{BN}$$

وبالتالي :