

## أولمبياد الرياضيات

مدة الانجاز : 3س  
ثانوية ابن خلدون التأهيلية

الأستاذ /عثماني نجيب

اضبط ساعتك و أنجز هذا الأولمبياد في ورقة مزدوجة و نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط وطقوس انجاز فرض .

**تمرين 1 (4ن)**  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان بحيث :  $x > 2$  و  $y > 2$

1. قارن : 8 و  $\frac{x^2}{x-2}$

2. استنتج أن :  $\frac{x^2}{x-2} + \frac{y^2}{y-2} \geq 16$

**تمرين 2 (2ن)** أخذ محمد ثلاث أعداد و حسب المجموع ووجد 2607 ثم مسح عددين و قال لأخيه علي : ماهي قيمة العددين المسوحيين

علما أن أحدهم يزيد عن الآخر ب 15 ؟

ماهو جواب علي الصحيح ؟

$$2607 = \dots + \dots + 850$$

**تمرين 3 (2ن)**  $n$  عدد صحيح طبيعي

بين أن  $(n^3 + 3n^2 + n)(n + 3n^2 + n + 2) + 1$  مربع كامل

**تمرين 4 (4ن)**  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية

بين أن  $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq 4ab$

**تمرين 5 (3ن+2ن)**  $n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم

1. بين أن :  $2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) < \frac{1}{\sqrt{n}} < 2(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

2. نضع :  $A = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{100}}$

استنتج أن  $2(\sqrt{101} - 1) < A < 20$

**تمرين 6 (3ن)** : ليكن  $n$  عدد فردي

1. بين أن  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8

2. استنتج أن  $n^4 - 1$  مضاعف للعدد 16

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.

c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien