مستوى : الثاني من سلك البكالوريا — الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية — الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المنزلي رقم 1 B

تمرين1: (13ن) 1) 4ن 2) 3ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 2ن

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}\ U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+1$ و $U_0=10$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}\quad V_n=U_n-3$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الأجوبة :

1) نعوض n ب0 فنجد:

$u_{0+1}=\frac{2}{3}\times u_0+1=\frac{2}{3}\times(10)+1=\frac{20}{3}+1=\frac{23}{3}$ اذن : $u_1=\frac{23}{3}$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=\frac{2}{3}\times u_1+1=\frac{2}{3}\times\left(\frac{23}{3}\right)+1=\frac{46}{9}+1=\frac{55}{9}$ اذن : $u_2=-\frac{15}{4}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0-3=10-3=7$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=\frac{23}{3}-3=\frac{23}{3}-\frac{9}{3}=\frac{14}{3}$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}-3}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}u_n+1-3}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}u_n-2}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}u_n-\frac{6}{3}}{u_n-3}=\frac{\frac{2}{3}(u_n-3)}{u_n-3}=\frac{2}{3}=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ وحدها الأول $v_0=7$

3) كتابة v_n بدلالة n :

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ وحدها الأول $v_0=7$

فان: $v_n=7\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

4) استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n-3$ اذن: $v_n+3=u_n$ أي: $u_n=7\left(\frac{2}{3}\right)^n+3$

5) حساب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 7\times\left(\frac{2}{3}\right)^n=7\times(0)=0$

لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$; $-1<a=\frac{2}{3}<1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 7\times\left(\frac{2}{3}\right)^n+3=0+3=3$

تمرين2: (7ن) 1 ن لكل سؤال

أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} 7n^2-n+6$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{8n^3+2n+10}{n^6+9}$

3) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^4+5n-4}{n^2-2}$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n^5-4n-4}{n^5+2}$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{n}+3\right)\left(\frac{7}{\sqrt{n}}+10\right)$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6^n-2^n$

7) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{\left(\frac{3}{2}\right)^n+1}$

الأجوبة :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} 7n^2-n+6=\lim\limits_{n\to+\infty} 7n^2=+\infty$

2)
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{8n^3+2n+10}{n^6+9}=\lim_{n\to+\infty}\frac{8n^3}{n^6}=\lim_{n\to+\infty}\frac{8n^3}{n^{3+3}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{8n^3}{n^3\times n^3}=\lim_{n\to+\infty}\frac{8}{n^3}=0$$

3)
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^4+5n-4}{n^2-2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^4}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2\times n^2}{n^2}=\lim_{n\to+\infty} n^2=+\infty$$

4)
$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^5-4n-4}{n^5+2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^5}{n^5}=3$$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{n}+3\right)\left(\frac{7}{\sqrt{n}}+10\right)$

نعلم أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2}{n}=0$ **و** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{7}{\sqrt{n}}=0$ **ومنه** :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{n}+3\right)\left(\frac{7}{\sqrt{n}}+10\right)=(0+3)(0+10)=30$$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 6^n-2^n=+\infty-\infty$ **ش غ م**

$$\lim_{n\to+\infty} 6^n-2^n=2^n\left(\frac{6^n}{2^n}-1\right)=2^n\left(\left(\frac{6}{2}\right)^n-1\right)=2^n\left((3)^n-1\right)$$

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n=+\infty$ **لأن** $2>1$

ولدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}(3)^n=+\infty$ **لأن** : $3>1$

ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty} 6^n-2^n=+\infty(+\infty-1)=+\infty$

7) **لدينا** : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n=+\infty$ **لأن** : $\frac{3}{2}>1$ **ومنه:**

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3}{\left(\frac{3}{2}\right)^n+1}=\frac{3}{+\infty+1}=\frac{3}{+\infty}=0$$

Prof/ATMANI NAJIB - *Année Scolaire 2016-2017 Semestre 1*