

$$f = 2^n \times 11 \text{ و } e = 2^{n+1} \times 3$$

القاسم المشترك الأكبر لعددتين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

$$\text{ومنه: } e \wedge f = 2^n$$

المضاعف المشترك الأصغر لعددتين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

$$\text{ومنه : } e \vee f = 2^{n+1} \times 3 \times 11 = 2^{n+1} \times 33$$

**تمرين 2:** تحديد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل

$$1 \text{ و } 49 \text{ و } 653 \text{ و } 667 \text{ و } 500000103$$

الجواب: 1) عدد غير أولي لأن لديه قاسم وحيد

2) عدد يقبل القسمة على 7 ومنه عدد غير أولي

3) هل العدد و653 أولي؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد الأولية  $p$  التي تحقق:  $p^2 \leq 653$  وهي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 و 17 و 19 و 23 لأن:  $23^2 = 529$  و  $29^2 = 841$

ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 653 إذن العدد و653 أولي

4) العدد 667 يقبل القسمة على 3. وبالتالي ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

5) العدد 500000103 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 إذن

يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

**تمرين 3: (5,1 ان):**

نحدد الرقم  $x$  لكي يكون العدد:  $23x4x$  قابلا للقسمة على 3 و عددا فرديا (نحدد جميع الأعداد الممكنة)

$0 \leq x \leq 9$  العدد:  $23x4x$  فردي يعني أن الرقم  $x$  هو 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 فقط

و العدد  $23x4x$  قابل للقسمة على 3 يعني:

$$2 + 3 + x + 4 + x = 3k \text{ لأنه مضاعف للعدد 3}$$

يعني  $9 \pm 2x = 3k$   $9 \pm 2x = 3k$   $9 \pm 2x = 3k$  وبالتالي  $x = 3$  أو  $x = 9$  ومنه الأعداد المطلوبة هي: 23343 و 23949

**تمرين 4) (1+1+1+1 ان):** ليكن  $n$  عدد فردي

1. بين أن  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8

$$2. \text{ استنتج من } 3 \times 2^{n+1} \times 5 \times 2^n = 3 \times 2^n \times 2^1 + 5 \times 2^n = 2^n (3 \times 2^1 + 5) = 2^n \times 11 = 11 \times k$$

3. بين أنه إذا كان:  $n$  و  $m$  عددين فرديين فان:

$$2 - m^2 + n^2 \text{ مضاعف للعدد 8}$$

**الأجوبة:**

1)  $n$  عدد فردي يعني:  $n = 2k + 1$

$$n^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + (1)^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4k(k + 1)$$

$$k' = k^2 + k$$

**تمرين 1:** ليكن  $n$  عنصرا من  $\mathbb{N}$  نضع:  $a = 6n + 1$

$$\text{و } b = 12n^2 + 2 \text{ و } c = n^2 + n \text{ و } d = 3n^3 + n$$

$$\text{و } e = 2^{n+3} - 2^{n+1} \text{ و } f = 3 \times 2^{n+1} + 5 \times 2^n$$

1) دراسة زوجية الأعداد:  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$

$$a = 6n + 1 = 2 \times 3n + 1 = 2 \times k + 1 \text{ حيث: } k = 3n$$

وبالتالي:  $a$  عدد فردي

$$b = 12n^2 + 2 = 2(6n^2 + 1) = 2 \times k \text{ حيث: } k = 6n^2 + 1$$

وبالتالي:  $b$  عدد زوجي

$$c = n^2 + n = n(n + 1)$$

وبالتالي:  $c$  عدد زوجي لأنه جداء عددين متتابعين

دراسة زوجية العدد:  $3n^3 + n$  حيث  $n \in \mathbb{N}$

**الحالة 1:**  $n$  عدد زوجي

$$n^3 = n \times n \times n \text{ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية}$$

ولدينا 3 عدد فردي ان:  $3n^3$  عدد زوجي لأنه جداء عدد زوجي وفردي

ان:  $3n^3 + n$  عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

**الحالة 2:**  $n$  عدد فردي

$$n^3 = n \times n \times n \text{ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية}$$

وكذلك:  $3n^3$  عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين

ان:  $3n^3 + n$  عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي:  $d = 3n^3 + n$  عدد زوجي في جميع الحالات

2) نبين أن  $a + b$  مضاعف للعدد 3

$$a + b = 6n + 1 + 12n^2 + 2 = 6n + 12n^2 + 3 = 3(2n + 4n^2 + 1)$$

$$\text{نضع: } k = 2n + 4n^2 + 1$$

فجد:  $a + b = 3 \times k$  ومنه:  $a + b$  مضاعف للعدد 3

3) نبين أن  $e$  مضاعف للعدد 3:

$$e = 2^{n+3} - 2^{n+1} = 2^n \times (2^3 - 2) = 2^n \times 6 = 2^n \times 3 \times 2 = 3 \times k$$

$$\text{حيث } k = 2^n \times 2$$

ومنه:  $e$  مضاعف للعدد 3

نبين أن  $f$  مضاعف للعدد 11:

$$f = 3 \times 2^{n+1} + 5 \times 2^n = 2^n (3 \times 2^1 + 5) = 2^n \times 11 = 11 \times k$$

$$\text{حيث } k = 2^n$$

ومنه:  $f$  مضاعف للعدد 11

4) تفكيك العددين  $e$  و  $f$  الى جداء عوامل أولية:

$$\text{وجدنا: } e = 2^n \times 3 \times 2 = 2^n \times 2 \times 3 = 2^{n+1} \times 3$$

$$\text{ان: } e = 2^{n+1} \times 3$$

وجدنا:  $f = 2^n \times 11$  وهو تفكيك الى جداء عوامل أولية لأن 11

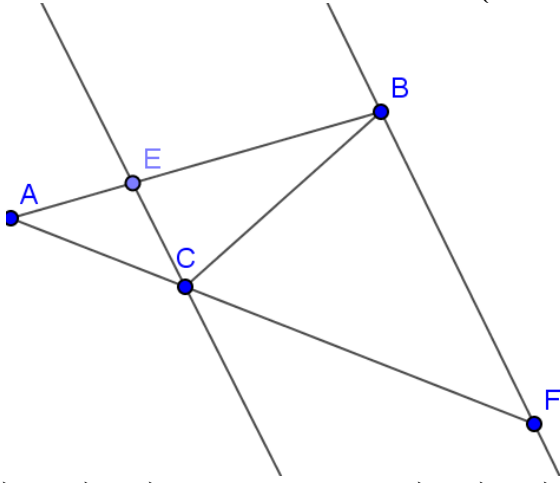
عدد أولي

5) استنتاج  $e \wedge f$  و  $e \vee f$

**تمرين 6 : (0,5+1+1+1+0,5) ن** مثلث  $ABC$  و  $E$

و نقطتان حيث:  $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$  و  $\overline{AF} = 3\overline{AC}$ .

1. أنشئ شكلا تقريبا.
  2. أكتب كلا من المتجهين  $\overline{EC}$  و  $\overline{BF}$  بدلالة  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$ .
  3. بين أن  $\overline{BF}$  و  $\overline{EC}$  متجهين مستقيمتان.
  4. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين  $(BF)$  و  $(EC)$ ؟
- أجوبة (1):**



(2)  $\overline{EC} = \overline{EA} + \overline{AC}$  حسب علاقة شال اذن  $\overline{EC} = -\overline{AE} + \overline{AC}$  يعني  $\overline{EC} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \overline{AC}$  وهي النتيجة المطلوبة

ولدينا  $\overline{BF} = \overline{BA} + \overline{AF}$  حسب علاقة شال اذن  $\overline{BF} = -\overline{AB} + 3\overline{AC}$  وهي النتيجة المطلوبة

(3) وجدنا  $\overline{EC} = -\frac{1}{3}\overline{AB} + \overline{AC}$  اذن  $\overline{EC} = \frac{1}{3}(-\overline{AB} + 3\overline{AC})$

$$\overline{EC} = \frac{1}{3}\overline{BF}$$

اذن: المتجهتان  $\overline{BF}$  و  $\overline{EC}$  مستقيمتان

$$(4) \overline{EC} = \frac{1}{3}\overline{BF}$$

اذن: المستقيمتان  $(BF)$  و  $(EC)$  متوازيان

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

ولدينا  $k(k+1)$  هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه

$$k(k+1) = 2k'$$

ومنه  $n^2 - 1 = 8k'$  أي  $n^2 - 1 = 8k'$  مضاعف للعدد 8

$$(2) \text{ لدينا } n^4 - 1 = (n^2)^2 - 1^2 = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

$$\text{ووجدنا } n^2 - 1 = 8k'$$

$$\text{ولدينا } n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 4(k^2 + k + 1) = 4 \times k''$$

اذن:

$$n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = (8k')(4k'') = 32k''' = 2 \times 16k'''$$

ومنه  $n^4 - 1$  مضاعف للعدد 16

(3) وجدنا أن:  $n^2 - 1 = 8k$  يعني 8 مضاعف للعدد 8

$$n^2 = 8k + 1$$

وبنفس الطريقة نبين:  $m^2 - 1 = 8k'$  أي  $m^2 = 8k' + 1$  ومنه

$$n^2 + m^2 - 2 = 8k + 1 + 8k' + 1 - 2 = 8k + 8k' = 8(k + k') = 8k''$$

وبالتالي:  $n^2 + m^2 - 2$  مضاعف للعدد 8

**تمرين 5 (0,5+1+1+1) ن**

مثلث  $ABC$  و  $E$  و  $F$  نقطتان حيث:

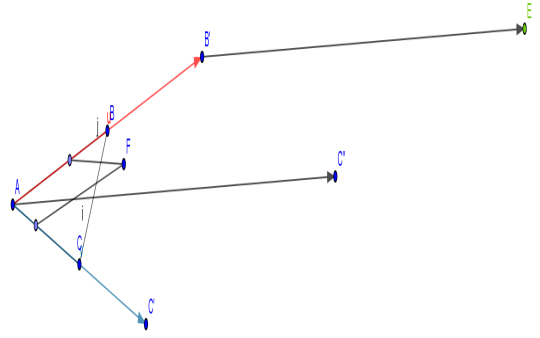
$$\overline{BE} = 2\overline{AB} + 2\overline{AC} \text{ و } \overline{5AF} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC}$$

1. أنشئ شكلا تقريبا.

2. بين أن  $\overline{AE} = 5\overline{AF}$

3. ماذا تستنتج؟

**الأجوبة (1): الشكل**



$$(2) \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$$

$$\text{ونعلم أن: } \overline{BE} = 2\overline{AB} + 2\overline{AC}$$

$$\text{اذن: } \overline{AE} = \overline{AB} + 2\overline{AB} + 2\overline{AC} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC}$$

$$\text{ونعلم أن: } \overline{5AF} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC}$$

$$\text{ومنه: } \overline{AE} = 5\overline{AF}$$

$$(3) \overline{AE} = 5\overline{AF}$$

ومنه النقط  $A$  و  $F$  و  $E$  مستقيمية

