

وجدنا : $f = 3^n \times 15 = 3^n \times 3 \times 5 = 3^{n+1} \times 5$ وهو تفكيك الى
جداء عوامل أولية

(5) استنتاج $e \wedge f$ و $e \vee f$

$$f = 3^{n+1} \times 5 \quad \text{و} \quad e = 2 \times 3^n \times 7$$

القاسم المشترك الأكبر لعددین هو جداء العوامل الأولية المشتركة
مرفوعة الى أصغر أس
ومنه: $e \wedge f = 3^n$

المضاعف المشترك الأصغر لعددین هو جداء العوامل الأولية
المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس
ومنه : $e \vee f = 2 \times 3^{n+1} \times 5 \times 7 = 3^{n+1} \times 70$

تمرین 2: تحديد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل

0 و 33 و 323 و 337 و 100000107

(الجواب: 1) 0 عدد غير أولي لأن لديه مالا نهاية من القواسم

(2) 33 عدد يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

(3) العدد 323 يقبل القسمة على 17. وبالتالي ليس عددا أوليا
(لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

(4) هل العدد 337 أولي؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد
الأولية p التي تحقق: $p^2 \leq 323$ وهي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و
13 و 17 لأن: $17^2 = 289$ و $19^2 = 361$

ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 337 إذن العدد 337 أولي
(5) العدد 100000107 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 إذن

يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

تمرین 3: (5,1):

نحدد الرقم x لكي يكون العدد: $25x4x$ قابلا للقسمة على 3
و عددا زوجيا (نحدد جميع الأعداد الممكنة)

$0 \leq x \leq 9$ العدد: $25x4x$ زوجي يعني أن الرقم x هو 0 أو 2
أو 4 أو 6 أو 8 فقط

و العدد $25x4x$ قابل للقسمة على 3 يعني:

$$3k = 5 + 2 + x + 4 + x$$

يعني $11 + 2x = 3k$ إذن: وبالتعويض بالأرقام 0 أو 2 أو 4 أو
6 أو 8 نلاحظ أن: $x = 2$ أو $x = 8$ و x و x الأعداد المطلوبة هي:
25242 و 25848

تمرین 4: (1+1+1+1): ليكن n عدد فردي

1. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8

2. استنتج أن: $n^4 - 1$ مضاعف للعدد 16

3. بين أنه إذا كان: n و m عددين فرديين فإن:

$$n^2 + m^2 - 2$$

الأجوبة:

(1) n عدد فردي يعني: $n = 2k + 1$

$$n^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + (1)^2 - 1$$

تمرین 1: ليكن n عنصرا من \mathbb{N} نضع: $a = 28n + 1$

$$d = 3n^3 + n \quad \text{و} \quad c = n^2 + n \quad \text{و} \quad b = 14n^2 + 6$$

$$f = 3^{n+1} + 12 \times 3^n \quad \text{و} \quad e = 3^{n+2} + 5 \times 3^n$$

(1) دراسة زوجية الأعداد: a و b و c و d

$$a = 28n + 1 = 2 \times (14n) + 1 = 2 \times k + 1$$

وبالتالي: a عدد فردي

$$b = 14n^2 + 6 = 2(7n^2 + 3) = 2 \times k$$

وبالتالي: b عدد زوجي

$$c = n^2 + n = n(n + 1)$$

وبالتالي: c عدد زوجي لأنه جداء عددين متتابعين

دراسة زوجية العدد: $3n^3 + n$ حيث $n \in \mathbb{N}$

الحالة 1: n عدد زوجي

$$n^3 = n \times n \times n$$

ولدينا 3 عدد فردي إذن: $3n^3$ عدد زوجي لأنه جداء عدد زوجي
وفردية

إذن: $3n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

الحالة 2: n عدد فردي

$$n^3 = n \times n \times n$$

وكذلك: $3n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين

إذن: $3n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي: $d = 3n^3 + n$ عدد زوجي في جميع الحالات

(2) نبين أن $a + b$ مضاعف للعدد 7

$$a + b = 28n + 1 + 14n^2 + 6 = 28n + 14n^2 + 7 = 7(4n + 2n^2 + 1)$$

$$k = 4n + 2n^2 + 1$$

فنجد: $a + b = 7 \times k$ ومنه: $a + b$ مضاعف للعدد 7

(3) نبين أن e مضاعف للعدد 7:

$$e = 3^{n+2} + 5 \times 3^n = 3^n \times 3^2 + 3^n \times 5 = 3^n \times (3^2 + 5)$$

$$e = 3^n \times 14 = 3^n \times 7 \times 2 = 7 \times k$$

$$k = 3^n \times 2$$

ومنه: e مضاعف للعدد 7

نبين أن f مضاعف للعدد 5:

$$f = 3^{n+1} + 12 \times 3^n = 3^1 \times 3^n + 12 \times 3^n = 3^n (3 + 12)$$

$$f = 3^n \times 15 = 3^n \times 5 \times 3 = 5 \times k$$

$$k = 3^n \times 3$$

ومنه: f مضاعف للعدد 5

(4) تفكيك العددين e و f الى جداء عوامل أولية:

$$e = 3^n \times 14 = 3^n \times 7 \times 2$$

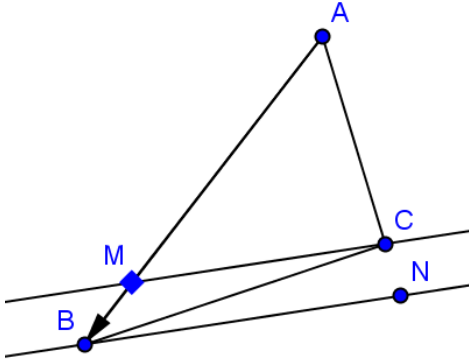
$$e = 2 \times 3^n \times 7$$

تمرين 6 : (0.5+1+1+1+0.5)

ثلث ABC و M و N نقطتان حيث:

$$\overline{AN} = \frac{5}{4} \overline{AC} \quad \text{و} \quad \overline{AM} = \frac{4}{5} \overline{AB}$$

1. أنشئ شكلا تقريبا.
 2. أكتب كلا من المتجهين \overline{MC} و \overline{BN} بدلالة \overline{AB} و \overline{AC}
 3. بين أن \overline{MC} و \overline{BN} متجهين متجهين مستقيمين
 4. إذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (MC) و (BN) ؟
- (أجوبة: 1)



$$\overline{MC} = \overline{MA} + \overline{AC} \quad \text{حسب علاقة شال}$$

$$\overline{MC} = -\overline{AM} + \overline{AC} \quad \text{اذن}$$

$$\overline{MC} = -\frac{4}{5} \overline{AB} + \overline{AC} \quad \text{يعني وهي النتيجة المطلوبة}$$

$$\overline{BN} = \overline{BA} + \overline{AN} \quad \text{ولدينا حسب علاقة شال}$$

$$\overline{BN} = -\overline{AB} + \frac{5}{4} \overline{AC} \quad \text{اذن وهي النتيجة المطلوبة}$$

$$\overline{MC} = -\frac{4}{5} \overline{AB} + \overline{AC} \quad \text{وجدنا (3)}$$

$$\overline{MC} = \frac{4}{5} \left(-\overline{AB} + \frac{5}{4} \overline{AC} \right) \quad \text{اذن}$$

$$\overline{MC} = \frac{4}{5} \overline{BN} \quad \text{يعني}$$

و أنه المتجهين \overline{MC} و \overline{BN} متجهين مستقيمين

(4) اذن: المستقيمين (MC) و (BN) متوازيان

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.

c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



$$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4k(k+1)$$

$$k' = k^2 + k$$

ولدينا $k(k+1)$ هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه

$$k(k+1) = 2k' :$$

ومنه $n^2 - 1 = 8k'$ أي $n^2 - 1 = 8k'$ مضاعف للعدد 8

$$n^4 - 1 = (n^2)^2 - 1^2 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) \quad \text{لدينا (2)}$$

$$n^2 - 1 = 8k' \quad \text{وجدنا}$$

$$n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 4(k^2 + k + 1) = 4 \times k'' \quad \text{ولدينا}$$

اذن:

$$n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = (8k')(4k'') = 32k'' = 2 \times 16k''$$

ومنه $n^4 - 1$ مضاعف للعدد 16

(3) وجدنا أن: $n^2 - 1 = 8k$ يعني 8 مضاعف للعدد 8

$$n^2 = 8k + 1$$

وبنفس الطريقة نبين: $m^2 - 1 = 8k'$ أي $m^2 = 8k' + 1$ ومنه

$$n^2 + m^2 - 2 = 8k + 1 + 8k' + 1 - 2 = 8k + 8k' = 8(k + k') = 8k''$$

وبالتالي: $n^2 + m^2 - 2$ مضاعف للعدد 8

تمرين 5 (1+1+0.5)

مثلث EFG و M و N نقطتان حيث:

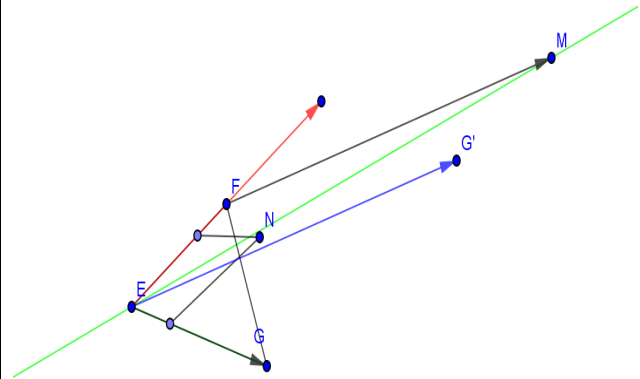
$$\overline{AE} = 3\overline{EF} + \overline{EG} \quad \text{و} \quad \overline{FM} = 2\overline{EF} + \overline{EG}$$

1. أنشئ شكلا تقريبا.

2. بين أن $\overline{EM} = 4\overline{EN}$

3. ماذا تستنتج ؟

(الأجوبة: 1) الشكل



$$\overline{EM} = \overline{EF} + \overline{FM} \quad \text{(2) حسب شال}$$

$$\overline{FM} = 2\overline{EF} + \overline{EG} \quad \text{ونعلم أن}$$

$$\overline{EM} = \overline{EF} + 2\overline{EF} + \overline{EG} = 3\overline{EF} + \overline{EG} \quad \text{اذن}$$

$$\overline{EM} = 3\overline{EF} + \overline{EG} \quad \text{ونعلم أن}$$

$$\overline{EM} = 4\overline{EN} \quad \text{ومنه}$$

$$\overline{EM} = 4\overline{EN} \quad \text{(3) وجدنا أن}$$

ومنه النقط M و N و E مستقيمية