تمرين1: ليكن n عنصرا من $\mathbb{N}^*$ نضع: $a=6n+5$

و $b=12n^2+4$ و $c=n^2+n$ و $d=7n^3+n$

و $e=3^{n+2}+5\times 3^n$ و $f=4\times 5^{n+1}+5^n$

1) دراسة زوجية الأعداد : a و b و c و d

$a=6n+5=2\times 3n+4+1=2\times(3n+2)+1=2\times k+1$

حيث : $k=3n+2$

وبالتالي : a عدد فردي

$b=12n^2+4=2(6n^2+2)=2\times k$ حيث : $k=6n^2+2$

وبالتالي : b عدد زوجي

$c=n^2+n=n(n+1)$

وبالتالي : c عدد زوجي لأنه جداء عددين متتابعين

دراسة زوجية العدد: $7n^3+n$ حيث $n\in\mathbb{N}$

الحالة 1 : n عدد زوجي

$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية

اذن: $7\times n^3$ عدد زوجي لأنه جداء عدد زوجي وفردي

اذن: $7n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

الحالة 2 : n عدد فردي

$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية

اذن: $7\times n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين اذن: $7n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي : $d=7n^3+n$ عدد زوجي في جميع الحالات

2)نبين أن $a+b$ مضاعف للعدد 3

$a+b=6n+5+12n^2+4=6n+12n^2+9=3(2n+4n^2+3)$

نضع : $k=2n+4n^2+3$

فنجد : $a+b=3\times k$ ومنه : $a+b$ مضاعف للعدد 3

3)نبين أن e مضاعف للعدد 7 :

$e=3^{n+2}+5\times 3^n=3^n\times 3^2+5\times 3^n$

$e=3^n\times(3^2+5)=3^n\times 14=3^n\times 7\times 2=7\times k$

حيث $k=3^n\times 2$

ومنه : e مضاعف للعدد 7

نبين أن f مضاعف للعدد 7:

$f=4\times 5^{n+1}+5^n=4\times 5^n\times 5^1+5^n$

$f=5^n(4\times 5^1+1)=5^n\times 21=7\times k$

حيث $k=3\times 5^n$

ومنه : f مضاعف للعدد 7

4) تفكيك العددين e و f الى جداء عوامل أولية:

وجدنا : $e=3^n\times 7\times 2=2\times 3^n\times 7$

اذن : $e=2\times 3^n\times 7$

وجدنا : $f=5^n\times 21=3\times 5^n\times 7$ وهو تفكيك الى جداء عوامل أولية لأن 7 عدد أولي

5)استنتاج $e\vee f$ و $e\wedge f$

$e=2\times 3^n\times 7$ و $f=3^1\times 5^n\times 7$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

ومنه: $e\wedge f=3\times 7=21$ لأن : n عنصرا من $\mathbb{N}^*$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

ومنه : $e\vee f=2\times 3^n\times 5^n\times 7=3^n\times 5^n\times 14$

تمرين2: تحديد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل

1 و 81 و 663 و 641 و 2300004621

الجواب:1) 1 عدد غير أولي لأن لديه قاسم وحيد

2)81 عدد يقبل القسمة على 9 ومنه عدد غير أولي

3) العدد 663 يقبل القسمة على 3.و بالتالي ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

4) هل العدد 641 أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2\le 641$ وهي : 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 و 17 و 19 و 23 لأن : $23^2=529$ و $29^2=841$

ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 641 اذن العدد 641 أولي

5) العدد 2300004621 و مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3

اذن يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

تمرين3 :(1,5ن) :

نحدد الرقم x لكي يكون العدد : $29x1x$ قابلا للقسمة على 3 و عددا فرديا(نحدد جميع الأعداد الممكنة)

العدد : $29x1x$ فردي يعني أن الرقم x هو 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 فقط $0\le x\le 9$

و العدد $29x1x$ قابل للقسمة على 3 يعني :

$2+9+x+1+x=3k$ لأنه مضاعف للعدد 3

يعني $12+2x=3k$ اذن : وبالتعويض بالأرقام 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 نلاحظ أن : $x=3$ أو $x=9$ ومنه الأعداد المطلوبة هي : 29313 و 29919

تمرين4(1ن+1ن+1ن+1ن): ليكن n عدد فردي

1. بين أن n^2-1 مضاعف للعدد 4
2. بين أن n^2-1 مضاعف للعدد 8
3. استنتج أن : n^4-1 مضاعف للعدد 32
4. بين أنه اذا كان : n و m عددين فرديين فان :
n^2+m^2+14 مضاعف للعدد 8

الأجوبة :

1) n عدد فردي يعني : $n=2k+1$

$n^2-1=(2k+1)^2-1=(2k)^2+2\times 2k\times 1+(1)^2-1$

$n^2-1=4k^2+4k+1-1=4k^2+4k=4(k^2+k)=4k'$

أي : $k'=k^2+k$: n^2-1 مضاعف للعدد 4

2) $n^2-1=4(k^2+k)=4k(k+1)$

ولدينا $k(k+1)$ هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه : $k(k+1)=2k'$

ومنه $n^2-1=8k'$ أي : n^2-1 مضاعف للعدد 8

3) لدينا $n^4-1=(n^2)^2-1^2=(n^2-1)(n^2+1)$

ووجدنا $n^2-1=8k'$

ولدينا $n^2+1=4k^2+4k+1+1=4k^2+4k+2=4(k^2+k+1)=4\times k''$

اذن: $n^4-1=(n^2-1)(n^2+1)=(8k')(4k'')=32k'''$

ومنه n^4-1 مضاعف للعدد 32

3) وجدنا أن: n^2-1 مضاعف للعدد 8 يعني : $n^2-1=8k$ أي :

$n^2=8k+1$

وبنفس الطريقة نبين : $m^2-1=8k'$ أي : $m^2=8k'+1$ ومنه

$n^2+m^2+14=8k+1+8k'+1+14=8k+8k'+16=8(k+k'+2)=8k''$

وبالتالي : n^2+m^2+14 مضاعف للعدد 8

تمرين 5(1,5ن+1ن)

ABC مثلث و E و F نقطتان حيث:

$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

1. أنشئ النقطة E فقط

2. بين أن $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$

3. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (EF) و (BC)؟

الأجوبة (1:

حسب شال $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$

ونعلم أن : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

اذن : $\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

اذن : $\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

اذن : $\overrightarrow{EF}=\left(-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}\right)\overrightarrow{BC}$

ومنه : $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$

2) وجدنا $\overrightarrow{EF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$

اذن :المتجهتان $\overrightarrow{EF}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيميتان

وبالتالي :المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان

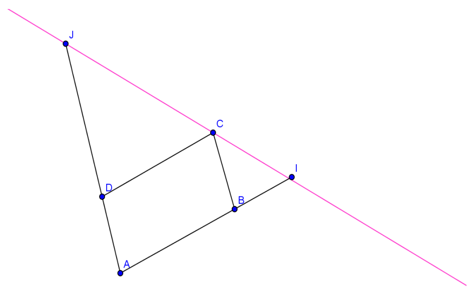
تمرين 6 : (1ن +1ن+1,5ن) ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و I و J نقطتان حيث: $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DJ}=2\overrightarrow{AD}$

1) أرسم شكلا.

2) بين أن: $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

3) بين أن المتجهتين : $\overrightarrow{CI}$ و $\overrightarrow{CJ}$ مستقيميتان و ماذا تستنتج ؟

أجوبة (1: $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DJ}=2\overrightarrow{AD}$



2) $\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DJ}$ حسب علاقة شال اذن: $\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AD}$

لأن : $ABCD$ متوازي أضلاع و $\overrightarrow{DJ}=2\overrightarrow{AD}$

اذن : $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$ و هي النتيجة المطلوبة

ولدينا $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}$ حسب علاقة شال. وأيضا لدينا :

$\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AI}$ ونعلم أن : $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $ABCD$ متوازي أضلاع اذن : $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$. ومنه :

$\overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{AD}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$ و هي النتيجة المطلوبة

3) وجدنا $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$ اذن :

$\overrightarrow{CJ}=-2\left(-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$

اذن : $\overrightarrow{CJ}=-2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right)$ أي : $\overrightarrow{CJ}=-2\overrightarrow{CI}$

أي أن المتجهتين : $\overrightarrow{CI}$ و $\overrightarrow{CJ}$ مستقيميتان

ومنه النقط C و I و J مستقيميه