

وجدنا : $f = 5^n \times 21 = 3 \times 5^n \times 7$ وهو تفكيك الى جداء عوامل

أولية لأن 7 عدد أولي

(5) استنتاج $e \vee f$ و $e \wedge f$

$$f = 3^1 \times 5^n \times 7 \quad \text{و} \quad e = 2 \times 13 \times 5^n$$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

$$\text{ومنه: } e \wedge f = 5^n$$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

$$\text{ومنه: } e \vee f = 2 \times 3 \times 13 \times 7 \times 5^n = 546 \times 5^n$$

تمرين 2: تحديد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل

0 و 35 و 323 و 337 و 107320041

(الجواب: 0 عدد غير أولي لأن كل الأعداد قاسمة له

2) عدد يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

3) العدد 323 يقبل القسمة على 17. وبالتالي ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

4) هل العدد 337 أولي؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق: $p^2 \leq 337$ وهي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و

و 13 و 17 لأن: $19^2 = 361$ و $17^2 = 289$ ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 337 إذن العدد 337 أولي

5) العدد 107320041 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 إذن

يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

تمرين 3: (5,1):

تحدد الرقم x لكي يكون العدد: $49x8x$ قابلا للقسمة على 3 و عددا فرديا (تحدد جميع الأعداد الممكنة)

$0 \leq x \leq 9$ العدد: $49x8x$ فردي يعني أن الرقم x هو 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 فقط

و العدد $49x8x$ قابل للقسمة على 3 يعني:

$$4 + 9 + x + 8 + x = 3k \quad \text{لأنه مضاعف للعدد 3}$$

يعني $21 + 2x = 3k$ إذن: وبالتعويض بالأرقام 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9 نلاحظ أن: $x = 3$ أو $x = 9$ ومنه الأعداد

المطلوبة هي: 49383 و 49989

تمرين 4: (1+1+1+1): ليكن n عدد فردي

1. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 4

2. بين أن $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 8

3. استنتج أن: $n^4 - 1$ مضاعف للعدد 32

4. بين أنه إذا كان: n و m عددين فرديين فإن:

$$n^2 + m^2 - 2$$

تمرين 1: ليكن n عنصرا من \mathbb{N}^* نضع: $a = 30n + 5$

$$\text{و } b = 10n^2 + 4 \quad \text{و } c = n^2 + n \quad \text{و } d = 9n^3 + n$$

$$\text{و } e = 5^{n+2} + 5^n \quad \text{و } f = 5^{n+1} + 16 \times 5^n$$

(1) دراسة زوجية الأعداد: a و b و c و d

$$a = 30n + 5 = 2 \times 15n + 4 + 1 = 2 \times (15n + 2) + 1 = 2 \times k + 1$$

$$\text{حيث: } k = 15n + 2$$

وبالتالي: a عدد فردي

$$b = 10n^2 + 4 = 2(5n^2 + 2) = 2 \times k$$

وبالتالي: b عدد زوجي

$$c = n^2 + n = n(n + 1)$$

وبالتالي: c عدد زوجي لأنه جداء عددين متتابعين

دراسة زوجية العدد: $9n^3 + n$ حيث $n \in \mathbb{N}$

الحالة 1: n عدد زوجي

$$n^3 = n \times n \times n \quad \text{هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية}$$

إذن: $9 \times n^3$ عدد زوجي لأنه جداء عدد زوجي وفردي

إذن: $9n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

الحالة 2: n عدد فردي

$$n^3 = n \times n \times n \quad \text{هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية}$$

إذن: $9 \times n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين

فرديين إذن: $9n^3 + n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي: $d = 9n^3 + n$ عدد زوجي في جميع الحالات

(2) نبين أن $a + b$ مضاعف للعدد 3

$$a + b = 30n + 5 + 10n^2 + 4 = 30n + 10n^2 + 9 = 3(10n + 5n^2 + 3)$$

$$\text{نضع: } k = 10n + 5n^2 + 3$$

فنجد: $a + b = 3 \times k$ ومنه: $a + b$ مضاعف للعدد 3

(3) نبين أن e مضاعف للعدد 13:

$$e = 5^{n+2} + 5^n = 5^n \times 5^2 + 5^n$$

$$e = 5^n \times (5^2 + 1) = 5^n \times 26 = 5^n \times 13 \times 2 = 13 \times k$$

$$\text{حيث } k = 5^n \times 2$$

ومنه: e مضاعف للعدد 13

نبين أن f مضاعف للعدد 7:

$$f = 5^{n+1} + 16 \times 5^n = 5 \times 5^n + 16 \times 5^n$$

$$f = 5^n (5^1 + 16) = 5^n \times 21 = 7 \times k$$

$$\text{حيث } k = 3 \times 5^n$$

ومنه: f مضاعف للعدد 7

(4) تفكيك العددين e و f الى جداء عوامل أولية:

وجدنا: $e = 2 \times 13 \times 5^n$ وهو تفكيك الى جداء عوامل أولية لأن

13 عدد أولي

الأجوبة:

(1) $n = 2k + 1$ عدد فردي يعني:

$$n^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + (1)^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4k'$$

$n^2 - 1 = 4k'$ أي: مضاعف للعدد 4

$$n^2 - 1 = 4(k^2 + k) = 4k(k + 1) \quad (2)$$

ولدينا $k(k + 1)$ هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه

$$k(k + 1) = 2k' : \quad (1)$$

ومنه $n^2 - 1 = 8k'$ أي: $n^2 - 1 = 8k'$ مضاعف للعدد 8

$$(3) \text{ لدينا } n^4 - 1 = (n^2)^2 - 1^2 = (n^2 - 1)(n^2 + 1)$$

$$\text{ووجدنا } n^2 - 1 = 8k'$$

$$\text{ولدينا } n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 4(k^2 + k + 1) = 4 \times k''$$

$$\text{اذن: } n^4 - 1 = (n^2 - 1)(n^2 + 1) = (8k')(4k'') = 32k'''$$

ومنه $n^4 - 1 = 32k'''$ مضاعف للعدد 32

(3) ووجدنا أن: $n^2 - 1 = 8k$ مضاعف للعدد 8 يعني: $n^2 - 1 = 8k$ أي:

$$n^2 = 8k + 1$$

وبنفس الطريقة نبين: $m^2 - 1 = 8k'$ أي: $m^2 = 8k' + 1$ ومنه

$$n^2 + m^2 + 14 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 14 = 8k + 8k' + 16 = 8(k + k' + 2) = 8k''$$

وبالتالي: $n^2 + m^2 - 2 = 8k''$ مضاعف للعدد 8

تمرين 5 (1,5+1)

ABC مثلث و M و N نقطتان حيث:

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{BA} \quad \text{و} \quad \overline{AN} = \frac{5}{3}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$1. \text{ بين أن } \overline{MN} = \frac{7}{6}\overline{BC}$$

2. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (MN) و (BC) ؟

الأجوبة (1):

$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AN}$$

$$\overline{MN} = -\overline{AM} + \overline{AN}$$

$$\text{ونعلم أن: } \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{BA} \quad \text{و} \quad \overline{AN} = \frac{5}{3}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$\text{اذن: } \overline{MN} = -\frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{5}{3}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$\overline{MN} = -\frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{AC}) + \frac{5}{3}\overline{BC}$$

$$\text{اذن: } \overline{MN} = -\frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{5}{3}\overline{BC}$$

$$\text{اذن: } \overline{MN} = \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{3}\right)\overline{BC}$$

$$\text{ومنه: } \overline{MN} = \frac{7}{6}\overline{BC}$$

$$(2) \text{ ووجدنا } \overline{MN} = \frac{7}{6}\overline{BC}$$

اذن: المتجهتان \overline{MN} و \overline{BC} مستقيمتان

وبالتالي: المستقيمين (MN) و (BC) متوازيان

تمرين 6 : (1+1+1,5) ليكن $ABCD$ متوازي

أضلاع و M و N نقطتان حيث: $\overline{AM} = \frac{4}{3}\overline{AB}$ و

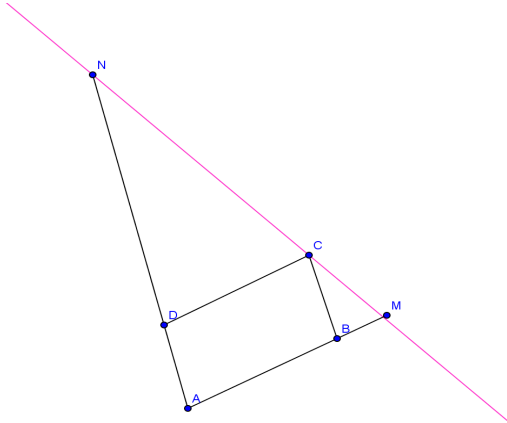
$$\overline{DN} = 3\overline{AD}$$

(1) أرسم شكلا.

$$(2) \text{ بين أن: } \overline{CN} = 3\overline{AD} - \overline{AB} \quad \text{و} \quad \overline{CM} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \overline{AD}$$

(3) بين أن المتجهتين: \overline{CM} و \overline{CN} مستقيمتان و ماذا تستنتج ؟

$$\text{أجوبة (1): } \overline{AM} = \frac{4}{3}\overline{AB} \quad \text{و} \quad \overline{DN} = 3\overline{AD}$$



$$(2) \overline{CN} = \overline{CD} + \overline{DN} \text{ حسب علاقة شال اذن: } \overline{CN} = \overline{BA} + 3\overline{AD}$$

لأن: $ABCD$ متوازي أضلاع و $\overline{DN} = 3\overline{AD}$

اذن: $\overline{CN} = 3\overline{AD} - \overline{AB}$ وهي النتيجة المطلوبة

ولدينا $\overline{CM} = \overline{CA} + \overline{AM}$ حسب علاقة شال. وأيضا لدينا:

$$\overline{CM} = \overline{CB} + \overline{BA} + \overline{AM} \quad \text{ونعلم أن: } \overline{AM} = \frac{4}{3}\overline{AB}$$

$$ABCD \text{ متوازي أضلاع اذن: } \overline{CM} = \overline{DA} + \overline{BA} + \frac{4}{3}\overline{AB}$$

$$\text{ومنه: } \overline{CM} = -\overline{AD} + \frac{4}{3}\overline{AB} - \overline{AB}$$

أي $\overline{CM} = \frac{1}{3}\overline{AB} - \overline{AD}$ وهي النتيجة المطلوبة

(3) ووجدنا $\overline{CN} = 3\overline{AD} - \overline{AB}$ اذن:

$$\overline{CN} = -3\left(-\overline{AD} + \frac{1}{3}\overline{AB}\right)$$

$$\text{اذن: } \overline{CN} = -3\left(\frac{1}{3}\overline{AB} - \overline{AD}\right) \quad \text{أي: } \overline{CN} = -2\overline{CM}$$

أي أن المتجهتين: \overline{CM} و \overline{CN} مستقيمتان

ومنه النقط C و M و N مستقيمية