

تمرين 1: (1+1ن)

عمل التعابير التالية: (1) $B = 8x^3 - 1$ (2) $A = 9x^2 - (4x + 2)^2$ الأجوبة: (1) $A = 9x^2 - (4x + 2)^2 = (3x)^2 - (4x + 2)^2 = (3x - (4x + 2))(3x + (4x + 2))$

$$A = (3x - 4x - 2)(3x + 4x + 2) = (-x - 2)(7x + 2)$$

(2) نلاحظ أن: $B = (2x)^3 - 1^3$ حسب المتطابقة التالية: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ لدينا $B = (2x - 1)((2x)^2 + 2x \times 1 + 1^2) = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

تمرين 2: (2ن)

$$I = \frac{2^{-3} \times 8^{-2}}{2^4} \times \frac{2^5}{4^{-3}} \quad \text{أحسب و بسط}$$

الجواب:

$$I = \frac{2^{-3} \times 8^{-2}}{2^4} \times \frac{2^5}{4^{-3}} = \frac{2^{-3} \times (2^3)^{-2} \times 2^5}{2^4 \times (2^2)^{-3}} = \frac{3^{-3} \times 2^{-6} \times 2^5}{2^4 \times 2^{-6}} = 3^{-3} \times 2^{-6} \times 2^5 \times 2^{-4} \times 2^6 = 3^{-3+5} \times 2^{-6+6-4} = 3^2 \times 2^{-4} = \frac{9}{2^4} = \frac{9}{16}$$

تمرين 3: (0,5+2,5ن)

$$A = \frac{x}{x+4} \quad \text{نضع:}$$

ليكن x عنصرا من المجال $\left] \frac{1}{4}, 1 \right[$

$$1. \text{ تحقق من أن: } A = 1 - \frac{4}{x+4}$$

2. حدد تأطيرا للعدد A وحدد سعته.

$$A = \frac{x}{x+3} = \frac{x+3-3}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} - \frac{3}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3} \quad \text{(الأجوبة: 2)}$$

$$1) \text{ تأطير } A = \frac{x}{x+3} = x \times \frac{1}{x+3}$$

$$\left[\frac{1}{3}, 1 \right[\text{ يعني } x \in \left[\frac{1}{3}, 1 \right[\text{ إذن: } \textcircled{1} \frac{1}{3} \leq x \leq 1$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{4} \leq \frac{1}{x+3} \leq \frac{3}{10} \text{ يعني } \frac{10}{3} \leq x+3 \leq 4 \text{ يعني } \frac{1}{3} + 3 \leq x+3 \leq 1+3$$

وبضرب المتفاوتتين $\textcircled{1}$ و $\textcircled{2}$ طرف لطرف نجد: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \leq x \times \frac{1}{x+3} \leq 1 \times \frac{3}{10}$ يعني $\frac{1}{12} \leq A \leq \frac{3}{10}$ أي: $\frac{1}{12} \leq A \leq \frac{3}{10}$

$$\text{وسعة التأطير هي: } r = \frac{3}{10} - \frac{1}{12} = \frac{13}{60}$$

تمرين 4: (1+1ن)

حل في IR المعادلات التالية:

$$|2x - 4| = |3x + 1| \text{ و } |3x - 1| = -2$$

الأجوبة: (1) $|2x - 1| = -1$ ليس لها حل في IR لأن القيمة المطلقة دائما موجبة إذن: $S = \emptyset$

$$(2) |2x - 3| = |4x + 1| \text{ يعني } |2x - 3| = 4x + 1 \text{ أو } |2x - 3| = -(4x + 1) \text{ يعني } 2x - 3 = 4x + 1 \text{ أو } -2x = 4 \text{ يعني } 2x - 3 = -4x - 1 \text{ أو } 2x - 3 = -4x - 1$$

$$\text{يعني } x = \frac{-4}{2} \text{ أو } 6x = 2 \text{ يعني } x = -2 \text{ أو } x = \frac{1}{3} \text{ إذن: } S = \left\{ -2; \frac{1}{3} \right\}$$

تمرين 5: (2ن)

أكتب بدون رمز القيمة المطلقة وبسط: $A = |2\sqrt{5} - 5| + |4 - \sqrt{5}| - |10 - 3\sqrt{5}|$

الجواب: لدينا $2\sqrt{2} < 3$ لأن $(2\sqrt{2})^2 < 3^2$ إذن $2\sqrt{2} - 3 \in \mathbb{R}^-$ ومنه $2\sqrt{2} - 3 = -(2\sqrt{2} - 3) = -2\sqrt{2} + 3$
ولدينا $\sqrt{2} < 2$ إذن $2 - \sqrt{2} \in \mathbb{R}^+$ ومنه $2 - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$
ولدينا $3\sqrt{2} < 5$ لأن $(3\sqrt{2})^2 < 5^2$ إذن $3\sqrt{2} - 5 \in \mathbb{R}^-$ ومنه $3\sqrt{2} - 5 = -(3\sqrt{2} - 5) = -3\sqrt{2} + 5$ ومنه
 $A = -3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5 - 5 = 0$ إذن $A = -2\sqrt{2} + 3 + 2 - \sqrt{2} - (5 - 3\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 5 - \sqrt{2} - 5 + 3\sqrt{2}$

تمرين 6: (2)

ليكن x عنصرا من المجال $[-5, +\infty[$ قارن 32 و $-6x + 1$ باستعمال خصائص الترتيب
الجواب: $[-5, +\infty[$ يعني $x > -5$ يعني $(-6) \times x < (-6) \times (-5)$
يعني $-6x < 30$ يعني $-6x + 1 < 31$ ① ونعلم أن $31 < 32$ ②
من ① و ② نستنتج أن $-6x + 1 < 32$

تمرين 7: (2)

ليكن a عدد حقيقي قارن $4a - 1$ و $4a^2$
الجواب: $4a^2 - (4a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 = (4a)^2 - 2 \times 2a \times 1 + 1^2 = (2a - 1)^2 \geq 0$
ومنه $4a^2 \geq 4a - 1$ مهما يكن $a \in \mathbb{R}$

تمرين 8: (2+2+2+1)

نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيمات: $(D_1): 6x - 2y + 10 = 0$ و $(D_2): x + y - 1 = 0$
و النقط التالية: $A(1, -2)$ و $B(2, 1)$
بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما
1. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .
2. حدد الوضع النسبي للمستقيمين (D_1) و (AB) .
3. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من $C(-1, 6)$ و الموازي للمستقيم (D_1) .

الأجوبة: (1) $(4) \times (-2) - (2) \times 1 = -8 - 2 = -10 \neq 0$ إذن (D_1) و (D_2) متقاطعان

لتحديد نقطة التقاطع نحل النظام التالي:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 1 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

(1) ونستعمل إحدى الطرق لحل هذه النظام محددة النظام (1) هي: $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -10 \neq 0$ ومنه النظام تقبل حلا

وحيدا: هو $x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{10}{-10} = -1$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-15}{-10} = \frac{3}{2}$ ومنه نقطة التقاطع: $H\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

(2) نعلم أن معادلة مستقيم (AB) تكتب على الشكل $ax + by + c = 0$

نحسب إحداثيات المتجه \overrightarrow{AB} ونجد: $\overrightarrow{AB}(1, -2)$ ونعلم أن $\overrightarrow{AB}(1, -2)$ متجه موجه له $\overrightarrow{AB}(-b, a)$

إذن $-b = 1$ و $a = -2$ إذن $a = -2$ و $b = -1$ ومنه: $-2x - 1y + c = 0$

يجب الآن البحث عن c نعلم أن $A \in (AB)$ إذن إحداثياته تحقق المعادلة: $-4 + 1 + c = 0$ يعني $c = 3$ ومنه:

$-2x - 1y + 3 = 0$ يعني: $-(2x + 1y - 3) = 0$ يعني: $(AB) \quad 2x + y - 3 = 0$

(3) $(D_1): 4x + 2y + 1 = 0$ و $(AB) \quad 2x + y - 3 = 0$ لدينا $2 \times 2 - 4 \times 1 = 4 - 4 = 0$ إذن (D_1) و (AB) متوازيين

(4) (Δ) يوازي للمستقيم (D_1) يعني المتجه الموجه ل (D_1) هي أيضا موجه ل (Δ)

إذن $\vec{u}(-b, a)$ أي $\vec{u}(-2, 4)$ موجه ل $(D_1): 4x + 2y + 1 = 0$

وبما أن (Δ) يمر من $C(-1, 2)$ فإن: $(\Delta) \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$