أكاديمية وجدة | **تصحيح الفرض المحروس رقم 4 B** | مستوى الجذع مشترك علمي

تمرين1: (0,5ن+0,5ن+0,5ن+1,5ن+1,5ن +1,5ن +1,5ن)

أحسب و بسط : حيث x عدد حقيقي :

$A=\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ $B=\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ $C=\tan\left(\frac{22\pi}{3}\right)$ $D=\sin(21\pi-x)+\cos(5\pi-x)+\sin(10\pi-x)$

$E=\sin\left(x-7\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(-x-\frac{\pi}{2}+3\pi\right)$ $F=\cos\left(\frac{\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{10\pi}{11}\right)$ $G=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\sin^2\frac{5\pi}{6}$

الأجوبة : $A=\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{4\pi-\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{4\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $B=\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{4\pi-\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{4\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$C=\tan\left(\frac{22\pi}{3}\right)=\tan\left(\frac{21\pi}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\left(7\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{\pi}{3}=\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

$D=\sin(21\pi-x)+\cos(5\pi+x)+\sin(10\pi-x)=\sin(20\pi+\pi-x)+\cos(4\pi+\pi+x)+\cos(10\pi-x)=\sin(\pi-x)+\cos(\pi+x)+\sin(-x)$

$D=\sin x-\cos x-\sin x=-\cos x$

$E=\sin\left(x-7\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(-x-\frac{\pi}{2}+3\pi\right)=\sin\left(x-6\pi-\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(-x-\frac{\pi}{2}+2\pi+\pi\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(-x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

$E=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin x=-\cos x+\sin x$

$F=\cos\left(\frac{\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{11}\right)+\cos\left(\frac{10\pi}{11}\right)$

نلاحظ أنْ: $\frac{\pi}{11}+\frac{10\pi}{11}=\pi$ يعني: $\frac{10\pi}{11}=\pi-\frac{\pi}{11}$ و $\frac{4\pi}{11}+\frac{7\pi}{11}=\pi$ يعني: $\frac{7\pi}{11}=\pi-\frac{4\pi}{11}$

$F=\cos\frac{\pi}{11}+\cos\frac{4\pi}{11}+\cos\left(\pi-\frac{4\pi}{11}\right)+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{11}\right)=\cos\frac{\pi}{11}+\cos\frac{4\pi}{44}-\cos\frac{4\pi}{11}-\cos\frac{\pi}{11}=0$

حساب : $G=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\sin^2\frac{5\pi}{6}$

نلاحظ أنْ: $\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}=\pi$ يعني: $\frac{5\pi}{6}=\pi-\frac{\pi}{6}$

ومنه: $G=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\sin^2\frac{5\pi}{6}=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\sin^2\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^2=\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{3\pi}{6}+\sin^2\frac{\pi}{6}$

$G=2\sin^2\frac{\pi}{6}+\sin^2\frac{\pi}{2}=2\left(\frac{1}{2}\right)^2+1=2\times\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}$

تمرين2: (1,5ن +0,5ن +1ن)

1)حل في المجال $[0,3\pi[$ المعادلة : $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)حل في المجال $]-\pi,\pi]$ المعادلة : $\sin x=2$ 3)حل في المجال $\mathbb{R}$ المعادلة : $\tan x=1$

الجواب: 1) $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ يعني $\sin x=-\sin\frac{\pi}{3}$ يعني $\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

لأن: $\sin(-x)=-\sin x$

$\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ يعني $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ أو $x=\pi+\frac{\pi}{3}+2k\pi=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$

نقوم بالتأطير:أ) $0\le-\frac{\pi}{3}+2k\pi<3\pi$ يعني $0\le-\frac{1}{3}+2k<3$

يعني $\frac{1}{3}\le2k<3+\frac{1}{3}$ يعني $\frac{1}{3}\le2k<\frac{10}{3}$ يعني $\frac{1}{6}\le k<\frac{5}{3}$ اذن : $k=1$

ومنه :نعوض k ب 1 فنجد : $x_1=-\frac{\pi}{3}+2\times1\times\pi$ أي : $x_1=\frac{5\pi}{3}$

ب) نقوم بنفس عملية التأطير : $0\le\frac{4\pi}{3}+2k\pi<3\pi$ يعني $0\le\frac{4}{3}+2k<3$ يعني $-\frac{4}{3}\le2k<3-\frac{4}{3}$ يعني $-\frac{2}{3}\le k<\frac{5}{6}$

اذن : $k=0$ ومنه :نعوض k ب 0 فنجد : $x_2=\frac{4\pi}{3}$ وبالتالي : $S=\left\{\frac{5\pi}{3};\frac{4\pi}{3}\right\}$

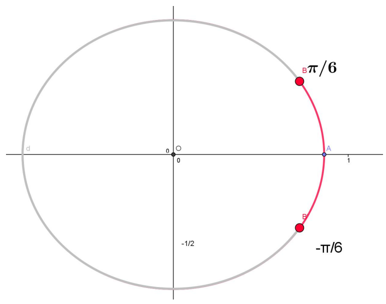
2) لدينا : $a=2>1$ ومنه : فان المعادلة : $\sin x=2$ ليس لها حلولا في $\mathbb{R}$ أي : $S=\varnothing$

3) $\tan x=1$ يعني $\tan x=\tan\frac{\pi}{4}$ يعني $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ومنه : $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

تمرين3: (2ن + 2ن)

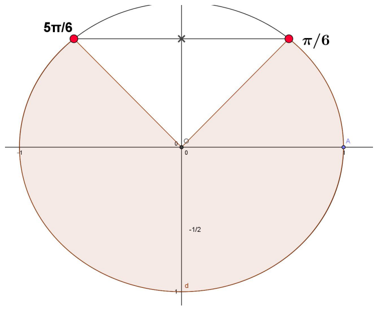
1) حل في $]-\pi,\pi]$ المتراجحة التالية $\cos x\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) حل في $[0,2\pi]$ المتراجحة التالية $\sin x\leq\frac{1}{2}$

الجواب : (1



$S=\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$

(2



$S=\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{6},2\pi\right]$

تمرين4: (1,5ن)

بين أن : $\cos^4 x-\sin^4 x-2\cos^2 x=-1$ حيث x عدد حقيقي

الجواب : $\cos^4 x-\sin^4 x-2\cos^2 x=\left(\cos^2 x\right)^2-\left(\sin^2 x\right)^2-2\cos^2 x$

$=\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)-2\cos^2 x=\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\times1-2\cos^2 x=-\cos^2 x-\sin^2 x=-\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)=-1$

تمرين5: (4ن)

حل في $[-\pi,2\pi]$ المعادلة : $\cos x(2\sin x-1)=0$ ومثل الحلول على الدائرة المثلثية

الجواب : $\cos x(2\sin x-1)=0$ يعني $\cos x=0$ أو $2\sin x-1=0$

يعني $\cos x=0$ أو $\sin x=\frac{1}{2}$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ يعني $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أو $\sin x=\sin\frac{\pi}{6}$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

يعني $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ أو $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ أو $x=\pi-\left(\frac{\pi}{6}\right)+2k\pi=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$

نقوم بالتأطير: أ) $-\pi\leq\frac{\pi}{2}+k\pi\leq2\pi$ يعني $-1\leq\frac{1}{2}+k\leq2$ يعني $-\frac{3}{2}\leq k\leq\frac{3}{2}$ اذن : $k=-1$ أو $k=0$ أو $k=1$

ومنه:نعوض k بهذه القيم فنجد: $x_1=\frac{\pi}{2}+0\times\pi$ أو $x_2=\frac{\pi}{2}+1\times\pi$ أو $x_3=\frac{\pi}{2}-1\times\pi$ أي : $x_1=\frac{\pi}{2}$ أو $x_2=\frac{3\pi}{2}$ أو $x_3=-\frac{\pi}{2}$

التأطير:ب) $-\pi\leq\frac{\pi}{6}+2k\pi\leq2\pi$ يعني $-1\leq\frac{1}{6}+2k\leq2$ يعني $-1-\frac{1}{6}\leq2k\leq2-\frac{1}{6}$ يعني $-\frac{7}{6}\leq2k\leq\frac{11}{6}$ يعني $-\frac{7}{12}\leq k<\frac{11}{12}$

اذن : $k=0$ ومنه :نعوض k ب 0 فنجد : $x_4=\frac{\pi}{6}$

ج) نقوم بعملية التأطير : $-\pi\leq\frac{7\pi}{6}+2k\pi\leq2\pi$ يعني $-1\leq\frac{7}{6}+2k\leq2$ يعني

$-\frac{13}{6}\leq2k\leq\frac{5}{6}$ يعني $-\frac{13}{12}\leq k<\frac{5}{12}$ اذن : $k=0$ أو $k=-1$ ومنه :نعوض k فنجد

: $x_5=\frac{7\pi}{6}$ و $x_6=-\frac{5\pi}{6}$ وبالتالي : $S=\left\{-\frac{5\pi}{6};-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right\}$ أنظر الدائرة المثلثية: