تمرين1: (4ن): نقطة لكل سؤال

نعتبر الدوال f و g بحيث: $f(x)=\frac{x}{4x^2-1}$ و $g(x)=\sqrt{4x^2-1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدوال f و g (2) أدرس زوجية الدالة f وأعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

الأجوبة : (1 أ) $f(x)=\frac{x}{4x^2-1}$ $D_f=\{x\in\mathbb{R}/4x^2-1\neq0\}$

$4x^2-1=0$ يعني $(2x)^2-1^2=0$ يعني

$(2x-1)(2x+1)=0$ يعني $2x+1=0$ **أو** $2x-1=0$ يعني

$x=-\frac{1}{2}$ **أو** $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$-1/2$		$1/2$	$+\infty$
$4x^2-1$	+	0	−	0	+

ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$

ب) $g(x)=\sqrt{4x^2-1}$ $D_g=\{x\in\mathbb{R}/4x^2-1\geq0\}$

$4x^2-1=0$ يعني $x=-\frac{1}{2}$ **أو** $x=\frac{1}{2}$

$D_g=\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

2) دراسة زوجية الدالة f :

2) أ) لكل x من $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $D_f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$.

ب) $f(-x)=\frac{(-x)}{4(-x)^2-1}=-\frac{x}{4x^2-1}=-f(x)$ ومنه f دالة فردية

التأويل المبياني : أصل المعلم O هو مركز تماثل لمنحنى الدالة f

تمرين2: (4ن): 0.5ن+1ن+0.5ن+0.5ن+1,5 ن

لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{3x+2}{x+1}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . (2) بين أن: $f(x)=3-\frac{1}{x+1}$ مهما تكن x من D_f .

3) حدد جدول تغيرات الدالة f . (4) حدد مقاربات منحنى الدالة f . (5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

الأجوبة : 1) أجوبة : $f(x)=\frac{3x+2}{x+1}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq0\}$

$x+1=0$ يعني $x=-1$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

2) بعدانجاز القسمة الاقليدية:نجد : $3x+2=3(x+1)-1$

$f(x)=\frac{3x+2}{x+1}=\frac{3(x+1)-1}{x+1}=\frac{3(x+1)}{x+1}-\frac{1}{x+1}=3-\frac{1}{x+1}$

3) بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=1;\beta=3;k=-1$

ومنه حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا :

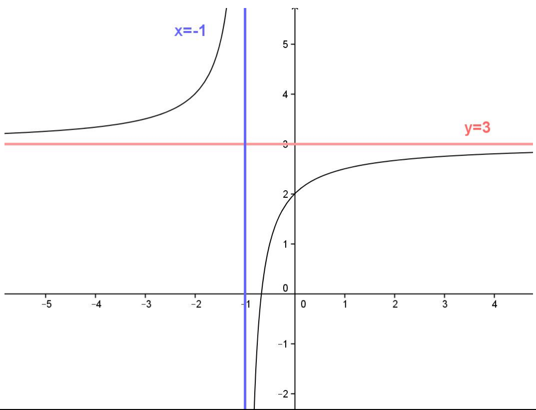
$k=-1<0$ اذن :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗

4) منحنى f هو هذلولا مركزه $S(-1,3)$ و مقارباه $x=-1$ و $y=3$

(5

-4	$--3$	-2	-1	0	1	2
$\frac{10}{3}$	$\frac{7}{2}$	4		2	$\frac{5}{2}$	$\frac{8}{3}$



تمرين3: (9ن): 1ن+1ن+2ن+2ن+0,5 ن+1ن+ 1,5 ن

لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=-x^2+4x-3$.

1) بين أن : $f(x)=-(x-2)^2+1$. (2) حدد جدول تغيرات الدالة f . (3) حدد نقط تقاطع (C_f) **المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم**

4) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

5) أرسم المستقيم (D) الذي معادلته $y=-3$: (D)

6) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D) . (7) حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $-x^2+4x\geq0$.

الأجوبة : 1)

أجوبة : (1 $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2 $f(x)=-x^2+4x-3=-(x^2-4x)-3=-(x^2-2x\times2+2^2-2^2)-3$

$f(x)=-((x-2)^2-2^2)-3=-(x-2)^2+4-3=-(x-2)^2+1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني:

$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$ **نجد :** $\alpha=-2;\beta=1;a=-1$

جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a \prec 0$ اذن :

x	$-\infty$ $\quad 2 \quad$ $+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$ 1 $\searrow$

5)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $-x^2+4x-3=0$

نحل المعادلة باستعمال المميز $a=-1$ و $b=4$ و $c=-3$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times(-3)\times(-1)=4=(2)^2>0$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما: $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ أي $x_1=\frac{-(4)+\sqrt{4}}{-2}=1$ و $x_2=\frac{-4-\sqrt{4}}{-2}=3$

ومنه نقط التقاطع هما: $A(1;0)$ أو $B(3;0)$

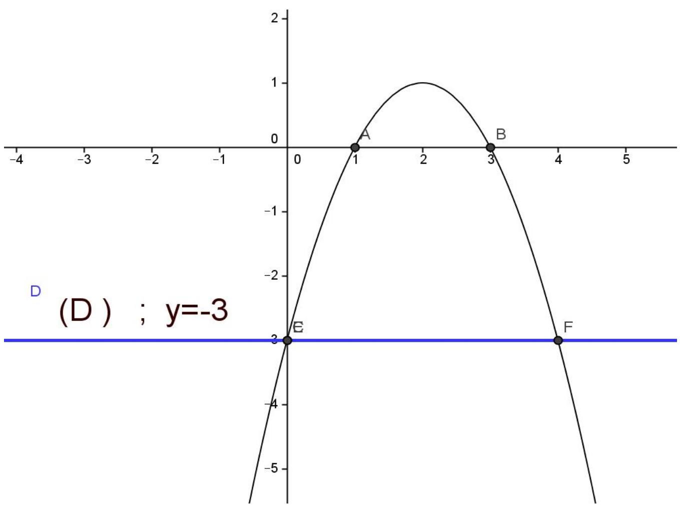
ملاحظة: يمكن حل المعادلة بطريقة أخرى باستعمال الكتابة الأخرى ل $f(x)$

ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $\quad f(0)=-0^2+4\times0-3=-3$ ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;-3)$

4)رسم: C_f

-1	0	1	2	3	4	5
-8	-3	0	1	0	-3	-8



5)رسم المستقيم أنظر الشكل

6) نحل فقط المعادلة : $f(x)=y$ يعني $-(x-2)^2+1=-3$ يعني

$-(x-2)^2=-4$

يعني $(x-2)^2=4$ يعني $x-2=\sqrt{4}$ أو $x-2=-\sqrt{4}$ يعني

$x=4$ أو $x=0$

ومنه نقط التقاطع هما: $C(4;-3)$ أو $D(0;-3)$

7) $-x^2+4x\geq0$ يعني $-x^2+4x-3\geq0-3$ يعني $f(x)\geq-3$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=[0,4]$

تمرين4: (3ن): 0,5 ن +2ن+ 0,5 ن

لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\frac{-2}{x+2}$.

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس رتابة الدالة على كل من المجالين $]-2;+\infty[$ و $]-\infty;-2[$

3) حدد جدول تغيرات الدالة f .

الأجوبة : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R} / x+2\neq0\}$

$x+2=0$ يعني $x=-2$ ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}$

2) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]-2;+\infty[$ و $x_2\in]-2;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن $x_1+2<x_2+2$ اذن $\frac{1}{x_1+2}>\frac{1}{x_2+2}$ اذن $\frac{-2}{x_1+2}<\frac{-2}{x_2+2}$ أي

$f(x_1)<f(x_2)$ ومنه الدالة f تزايدية على المجال $]-2;+\infty[$:

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;-2[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;-2[$ و $x_2\in]-\infty;-2[$ بحيث $x_1<x_2$

اذن $x_1+2<x_2+2$ اذن $\frac{1}{x_1+2}>\frac{1}{x_2+2}$ اذن $\frac{-2}{x_1+2}<\frac{-2}{x_2+2}$ أي

$f(x_1)<f(x_2)$ ومنه الدالة f تزايدية على المجال $]-\infty;-2[$:

3)جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$ $\quad -2$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$

ملاحظات حول الواجب :